

Miloš R. Nedeljković

Srđan L. Srdić

## **Energetski pretvarači 1**

# **Osnovne topologije energetskih pretvarača**

Univerzitet u Beogradu – Elektrotehnički fakultet  
Akademska misao – Beograd

Beograd, 2016. godine

Miloš R. Nedeljković, Srđan L. Srdić

Energetski pretvarači 1  
Osnovne topologije energetskih pretvarača

Recenzenti  
dr Slobodan Vukosavić  
dr Željko Despotović

Lektor  
"Vaš lektor" – Ana Micić Pavlović

Odlukom Nastavno-naučnog veća Elektrotehničkog fakulteta broj 1185/3 od 01. 03. 2016. godine ova knjiga je odobrena kao udžbenik u elektronskom obliku na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu.

Izdavači  
Elektrotehnički fakultet – Beograd  
Akademska misao – Beograd

ISBN 978–86–7466–595–4

# Predgovor

Prvenstvena namena ovog udžbenika je da posluži studentima treće godine osnovnih studija Energetskog odseka Elektrotehničkog fakulteta kao osnovna literatura za izučavanje oblasti „Energetski pretvarači“. Stoga je sadržaj ovog udžbenika ograničen na teme koje se obrađuju u okviru kursa „Energetski pretvarači 1“ (13E013EP1), po nastavnom programu koji se primenjuje od školske 2015/16. godine. Udžbenik predstavlja i pokušaj da se, iz široke oblasti „Energetski pretvarači“, izdvoje i analiziraju osnovne topologije pretvarača. Osim toga, ova knjiga može korisno poslužiti inženjerima i istraživačima u privredi pri rešavanju praktičnih problema. Uvek može da se postavi pitanje pravilnog odmeravanja i usklađivanja obima i odnosa pojedinih, po prirodi često i heterogenih pitanja iz ove oblasti. Autori, međutim, nalaze da su ovde obrađene teme neophodne u procesu formiranja inženjera u oblasti energetike, koji treba da ima sposobnost šireg sagledavanja oblasti koju izučava.

Pri obradi teksta nisu se mogli otkloniti svi nedostaci i greške, pa će autori sa zahvalnošću prihvatiti sve primedbe, ispravke i sugestije. Autori se takođe zahvaljuju recenzentima, čije su sugestije, predlozi i primedbe umnogome doprineli kvalitetu sadržaja ovog udžbenika.

U Beogradu, juna 2015. godine.

Autori

## Sadržaj

Predgovor.....	III
Fazni regulatori.....	7
1.1. Tiristori.....	7
1.2. Monofazni fazni regulatori sa otpornim opterećenjem .....	10
1.3. Monofazni fazni regulatori sa otporno-induktivnim opterećenjem .....	14
1.4. Monofazni fazni regulatori sa induktivnim opterećenjem .....	16
1.5. Trofazni fazni regulatori .....	19
1.6. Kompenzacija reaktivne snage.....	23
Ispravljači.....	28
2.1. Princip rada.....	28
2.2. Dvofazni jednostrani ispravljač.....	32
Spektar struje koja se uzima iz mreže.....	33
Dimenzionisanje transformatora .....	35
Faktor snage ispravljača .....	37
Uticaj induktivnosti rasipanja transformatora .....	37
Invertorski limit .....	40
2.3. Monofazni mosni ispravljač.....	42
Komutacija u monofaznom mosnom ispravljaču .....	44
Dimenzionisanje transformatora .....	46
2.4. Trofazni jednostrani ispravljač.....	48
Spektar struje koja se uzima iz mreže.....	50
Dimenzionisanje transformatora .....	53
Faktor snage ispravljača .....	54
Uticaj induktivnosti rasipanja transformatora .....	54
Invertorski limit .....	57
2.5. Trofazni mosni ispravljač .....	59
Spektar struje koja se uzima iz mreže.....	59
Dimenzionisanje transformatora .....	62
Faktor snage ispravljača .....	63
Uticaj induktivnosti rasipanja transformatora .....	63
2.6. Šestofazni jednostrani ispravljač.....	64
Dimenzionisanje transformatora .....	64
Spektar struje transformatora.....	66
Naponsko naprezanje poluprovodničkih prekidačkih elemenata .....	69
2.7. Sprega dva ispravljača sa međufaznom prigušnicom .....	70
Dimenzionisanje međufazne prigušnice .....	72
Dimenzionisanje transformatora .....	75
2.8. Dvanaestofazne i višefazne ispravljačke sprege.....	76
Čoperi.....	78
3.1. MOSFET i IGBT tranzistori .....	79
3.2. Modulacija trajanja impulsa.....	82
3.3. Klasifikacija topologija čopera .....	84

3.4.	Čoper spuštač napona.....	85
3.5.	Direktni čoper sa galvanskom izolacijom.....	92
3.6.	Asimetrični mosni pretvarač.....	94
3.7.	Čoper podizač napona.....	95
3.8.	Čoper podizač napona sa mekom komutacijom.....	101
3.9.	Čoper spuštač i podizač napona.....	104
3.10.	Dvokvadrantni čoper.....	108
3.11.	Visokofrekventne prigušnice i transformatori.....	110
Invertori.....		114
4.1.	Monofazni polumosni naponski inverter.....	114
4.2.	Monofazni mosni naponski inverter.....	117
4.3.	Trofazni naponski inverter.....	118
4.4.	NPC inverter.....	122
Dodatak.....		124
Literatura.....		127



---

# Poglavlje 1

## Fazni regulatori

Fazni regulatori su prekidački regulatori koji kao izvor električne energije koriste naizmenični mrežni napon, a koriste se za napajanje opterećenja naizmeničnim naponom promenljive efektivne vrednosti. Podešavanje efektivne vrednosti napona na opterećenju vrši se tako što se opterećenje ne priključuje direktno na izvor napajanja, već preko mreže prekidača. Zatim se, uključenjem i isključenjem prekidača, opterećenje priključuje na mrežni napon u pogodnim vremenskim intervalima. Funkciju prekidača vrše tiristori tako što se u odabranom trenutku periode mrežnog napona tiristoru dovodi impuls za paljenje, dok se za gašenje tiristora koristi promena polariteta mrežnog napona i kao posledica toga prolazak njegove struje kroz nulu. Zbog toga se fazni regulatori svrstavaju u kategoriju mrežom vođenih pretvarača. Najveći deo oblasti primene faznih regulatora predstavlja upravljanje termičkim potrošačima kao što su grejači i inkadescentno osvetljenje (svetiljke sa užarenim vlaknom) jer talasni oblik napona nema bitnog uticaja na njihovo optimalno funkcionisanje. Osim toga, fazni regulatori se koriste i za kompenzaciju reaktivne snage, regulaciju broja obrtaja asinhronih motora u ventilatorskim i pumpnim postrojenjima, meko puštanje u rad asinhronih motora itd. Ranije su se za ove primene koristili autotransformatori, transformatori sa više izvoda ili magnetni pojačavači, dok se sada uglavnom koriste fazni regulatori. Prednost faznih regulatora je veći koeficijent korisnog dejstva, manji gabariti i posebno mogućnost jednostavnijeg i bržeg upravljanja. Njihov glavni nedostatak su velika harmonijska izobličenja struje koja se uzima iz mreže.

### 1.1. Tiristori

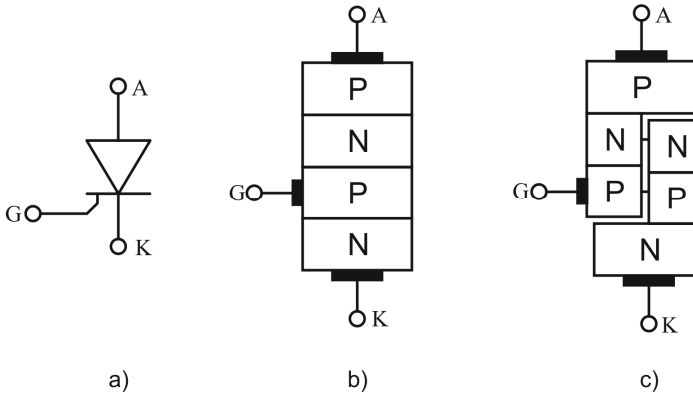
---

Tiristori su poluprovodnički poluupravljivi prekidački elementi. Poluupravljivi su jer se može upravljati trenutkom uključenja dok se isključenje tiristora događa kada se za to stvore uslovi u kolu. Tiristor je četvoroslojna dioda sa priključcima: anoda, katoda i gejt. Simbol i struktura tiristora prikazani su na slici 1.1. a) i b).

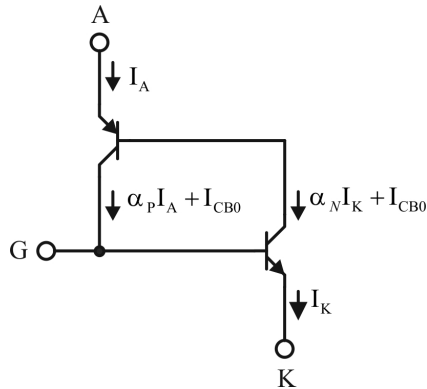
Radi lakšeg razumevanja rada tiristora, struktura sa slike 1.1. b) može se razdvojiti na dva bipolarna tranzistora kao što je prikazano na slici 1.1. c). Novodobijena ekvivalentna šema tiristora prikazana je na slici 1.2. Kada je tiristor direktno polarisan (anoda na višem potencijalu od katode) i struja gejta jednaka nuli, anodna odnosno katodna struja je:

$$I_A = I_K = \alpha_p I_A + I_{CB0} + \alpha_N I_K + I_{CB0} \quad (1.1)$$

gde je:  $\alpha_P$  i  $\alpha_N$  – pojačanje PNP i NPN tranzistora u spoju sa zajedničkom bazom ( $\alpha = I_C/I_E$ ),  $I_{CB0}$  – inverzna struja spoja kolektor baza i  $I_A$ ,  $I_K$  – struja tiristora.



**Sl. 1.1. Simbol i struktura tiristora.**



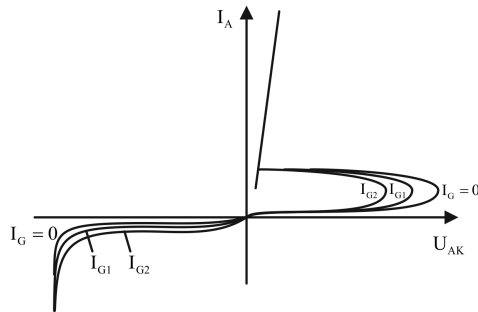
**Sl. 1.2. Ekvivalentna šema tiristora.**

Iz (1.1) sledi da je struja tiristora:

$$I_A = \frac{2I_{CB0}}{1 - (\alpha_N + \alpha_P)} \quad (1.2)$$

Pri malim naponima direktne polarizacije struja  $I_{CB0}$  je mala pa su mala i pojačanja  $\alpha_P$  i  $\alpha_N$ , tako da je i struja tiristora veoma mala. Sa porastom napona direktne polarizacije raste i struja  $I_{CB0}$  zbog čega rastu i pojačanja  $\alpha_P$  i  $\alpha_N$ . Kada zbir pojačanja poraste na vrednost blisku jedinici, tiristor prelazi u provodno stanje tako što se oba tranzistora uključuju i prelaze u zasićenje. Ovaj proces naziva se proboj tiristora u direktnoj polarizaciji. Na slici 1.3. prikazana je statička karakteristika tiristora.



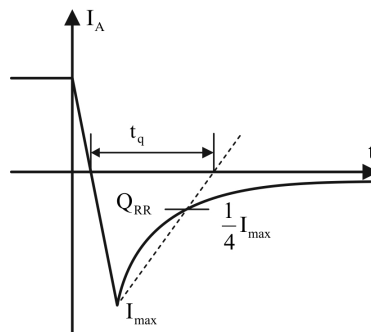


**Sl. 1.3. Statička karakteristika tiristora.**

Uspostavljanjem male bazne struje NPN tranzistora (struja između gejta i katode  $I_{G1}$ ), struja kolektora poraste za iznos  $\beta_N I_{BN}$  ( $\beta = I_C/I_B$ ). Za isti iznos će porasti bazna struja PNP tranzistora pa će njegova kolektorska struja narasti za iznos  $\beta_N \beta_P I_{BN}$ . Zbog porasta kolektorskih struja tranzistora, do uključivanja tiristora doći će pri manjem naponu direktne polarizacije. Pri dovoljno velikoj struji gejta, do uključivanja tiristora će doći i pri vrlo malom naponu direktne polarizacije. Po uključivanju tiristora on će ostati uključen i kada struja gejta postane jednaka nuli.

**Zaključak:** Tiristor se uključuje kratkotrajnim strujnim impulsom kroz spoj gejt–katoda.

Do isključenja tiristora će doći kada se u kolu stvore takvi uslovi da struja tiristora opadne na nulu i posle toga tiristor bude inverzno polarisan u dovoljno dugom vremenskom intervalu. Neposredno po inverznoj polarizaciji tiristora počinje da raste inverzna struja do vrednosti  $I_{max}$  (slika 1.4.) a zatim eksponencijalno opada do nule. Vreme gašenja tiristora ( $t_q$ ) je vreme od trenutka kada direktna struja tiristora opadne na nulu do trenutka koji se dobija presekom linije koja prolazi kroz tačke  $I_{max}$  i  $I_{max}/4$  sa vremenskom osom. Da bi se postiglo sigurno isključenje tiristora, vreme inverzne polarizacije tiristora ( $t_0$ ) treba da bude 1,5 do 2 puta veće od vremena gašenja tiristora ( $t_q$ ).

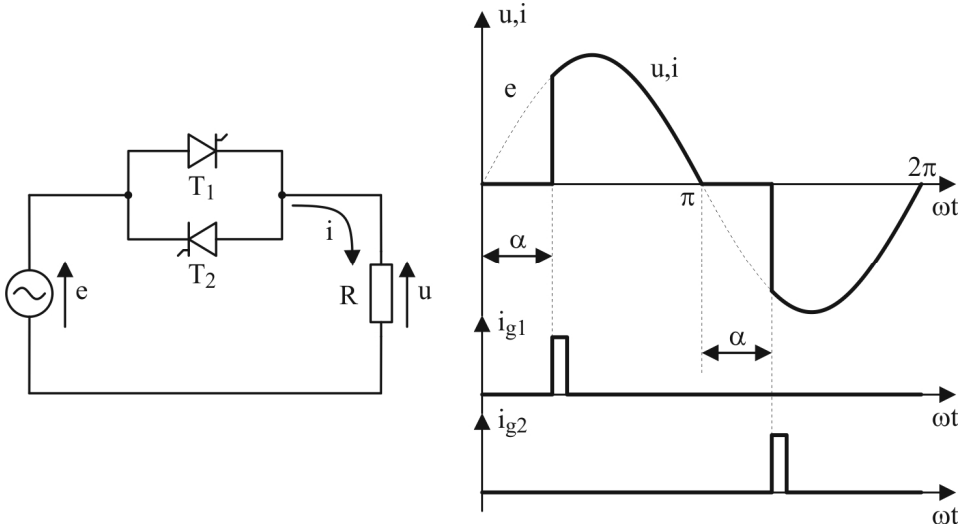


**Sl. 1.4. Vreme gašenja tiristora.**

**Zaključak:** Tiristor se isključuje ako je dovoljno dugo inverzno polarisan ( $t_0 > t_q$ ).

## 1.2. Monofazni fazni regulatori sa otpornim opterećenjem

Na slici 1.5. prikazan je monofazni fazni regulator sa antiparalelnom vezom tiristora. Ova konfiguracija najčešće se koristi zato što sadrži najmanji broj prekidačkih elemenata, pa su i gubici najmanji. Mana ove konfiguracije je u tome što su katode tiristora na različitom potencijalu pa je zato neophodna galvanska izolacija upravljačkog kola. Princip regulacije efektivne vrednosti napona na opterećenju sastoji se u tome da se opterećenje ne drži priključeno na mrežni napon u toku cele poluperiode, već samo u toku jednog njenog dela. Koliki će taj deo poluperiode biti zavisi od trenutka kada se tiristor uključuje dovođenjem impulsa za paljenje. Ovaj trenutak je definisan uglom paljenja  $\alpha$  koji predstavlja vreme (izraženo u ugaoim jedinicama) koje protekne od trenutka kada tiristor postane direktno polarisan do trenutka kada dobije impuls za paljenje. Na slici 1.5. prikazani su talasni oblici mrežnog napona, impulsa za paljenje i napona, odnosno struje opterećenja. U pozitivnoj poluperiodi mrežnog napona direktno je polarisan tiristor  $T_1$ . Ovaj tiristor se uključuje impulsom  $I_{g1}$  u trenutku  $\omega t = \alpha$  i provodiće sve do kraja poluperiode jer tada struja opterećenja opada na nulu a mrežni napon menja smer i tiristor  $T_1$  postaje inverzno polarisan. Tiristor  $T_1$  će biti inverzno polarisan u toku cele naredne poluperiode, što je znatno duže vreme od vremena potrebnog da se izvrši njegovo gašenje. Za vreme dok tiristor  $T_1$  provodi, napon na opterećenju je jednak mrežnom naponu. Isto se događa i u negativnoj poluperiodi mrežnog napona, s tom razlikom što tada provodi tiristor  $T_2$ , jer je on tada direktno polarisan.



Sl. 1.5. Fazni regulator sa otpornim opterećenjem.

Ugao paljenja tiristora može se menjati od  $\alpha = \pi$  do  $\alpha = 0$ , što znači da se efektivna vrednost napona na opterećenju može menjati od nule do efektivne vrednosti mrežnog napona. Za ugao paljenja „ $\alpha$ “ efektivna vrednost napona na opterećenju je:

$$U = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} [\sqrt{2}E \sin(\omega t)]^2 d(\omega t)}. \quad (1.3)$$

Smenom  $\omega t = x$  dobija se:

$$U = E \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \frac{1 - \cos(2x)}{2} dx}, \quad (1.4)$$

$$U = E \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi} \left[ \frac{\pi - \alpha}{2} - \frac{1}{4} \cdot \sin(2x) \right]_{\alpha}^{\pi}}, \quad (1.5)$$

$$U = E \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}, \quad (1.6)$$

gde je „E“ efektivna vrednost mrežnog napona, a „U“ efektivna vrednost napona na opterećenju.

Od posebnog značaja za proizvodnju i distribuciju električne energije jeste način na koji potrošači koriste tu energiju, odnosno kakav je talasni oblik struje koja se uzima iz mreže. Jedan od pokazatelja efikasnosti korišćenja elektrodistributivnog sistema je faktor snage ( $\lambda$ ), definisan kao odnos aktivne i prividne snage (proizvod efektivne vrednosti mrežnog napona i efektivne vrednosti struje koja se uzima iz mreže). Ako se pretpostavi da je mrežni napon prostoperiodična funkcija vremena, vrednost faktora snage zavisi od talasnog oblika struje opterećenja. Kada je struja opterećenja takođe prostoperiodična funkcija vremena i kada je u fazi sa naponom, faktor snage ima najveću vrednost ( $\lambda=1$ ) dok je njegova vrednost u svim ostalim slučajevima (fazni pomeraj struje opterećenja u odnosu na mrežni napon i složenoperiodični talasni oblik struje opterećenja) manja od 1.

Sa slike 1.5. vidi se da, za razliku od mrežnog napona, napon na opterećenju, pa samim tim i struja opterećenja, nisu prostoperiodične veličine. Za dalju analizu najpogodnije je ove veličine predstaviti u obliku Furijeovog reda. Ako se ima u vidu da su poluperiode struje opterećenja identične i suprotnog znaka, srednja vrednost i parni harmonici biće jednaki nuli (vidi dodatak) pa će izraz za struju opterećenja biti:

$$i(t) = \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \sin(k\omega t) + B_k \cos(k\omega t)]; \quad k = 1, 3, 5, \dots, \quad (1.7)$$

gde su amplitude pojedinih komponenata k-tog harmonika  $A_k$  i  $B_k$  date izrazima:

$$A_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t) \cdot \sin(k\omega t) d(\omega t), \quad B_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t) \cdot \cos(k\omega t) d(\omega t). \quad (1.8)$$

U toku jedne periode mrežnog napona struja opterećenja opisana je sa:

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}E}{R} \sin(\omega t) \Big|_{\alpha, \pi+\alpha}^{\pi, 2\pi}. \quad (1.9)$$

Smenom (1.9) u (1.8) i rešavanjem integrala dobija se:

$$A_k = \frac{\sqrt{2}E}{R\pi} \left\{ \frac{\sin[(k+1)\alpha]}{k+1} - \frac{\sin[(k-1)\alpha]}{k-1} \right\}, \quad (1.10)$$

$$B_k = \frac{\sqrt{2}E}{R\pi} \left\{ \frac{\cos[(k+1)\alpha]-1}{k+1} - \frac{\cos[(k-1)\alpha]-1}{k-1} \right\}. \quad (1.11)$$

Izrazi (1.10) i (1.11) ne mogu se koristiti za određivanje amplitude osnovnog harmonika zato što, u oba slučaja, drugi član izraza u zagradi ima neodređenu vrednost jer je  $k=1$ . Komponente osnovnog harmonika dobijaju se iz (1.8) i imaju vrednost:

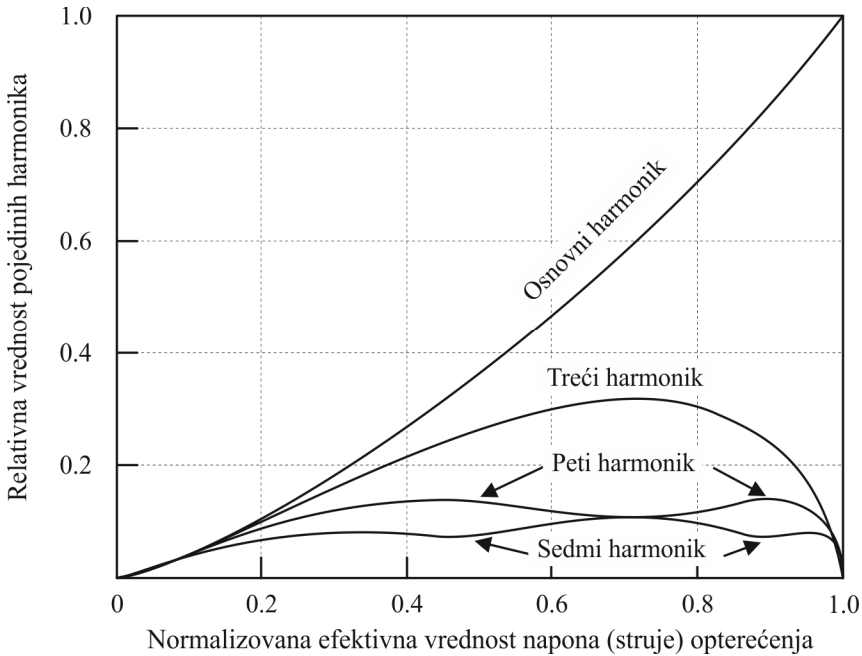
$$A_1 = \frac{\sqrt{2}E}{R} \left[ 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} \right] \quad (1.12)$$

$$B_1 = \frac{\sqrt{2}E}{R} \left[ \frac{\cos(2\alpha)-1}{2\pi} \right]. \quad (1.13)$$

Efektivna vrednost i fazni stav  $k$ -tog harmonika struje su:

$$I_k = \sqrt{\left(\frac{A_k}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{B_k}{\sqrt{2}}\right)^2}; \quad \varphi_k = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{B_k}{A_k}\right). \quad (1.14)$$

Na slici 1.6. prikazane su normalizovane vrednosti pojedinih harmonika u funkciji efektivne vrednosti struje opterećenja.



**Sl. 1.6.** Normalizovane vrednosti harmonika u funkciji normalizovane vrednosti napona (struje) opterećenja za monofazni fazni regulator sa otpornim opterećenjem.

Snaga kojom se energija prenosi iz mreže ka opterećenju može se odrediti na više načina. Po definiciji efektivnih vrednosti, snaga disipacije na otpornom opterećenju je:

$$P_{\alpha} = \frac{U^2}{R} = R \cdot I^2 = P_0 \cdot \left( 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi} \right), \quad (1.15)$$

gde je  $P_0$  snaga disipacije koja bi se imala kada bi se opterećenje direktno priključilo na mrežu. Osim toga, ako se ima u vidu da, kod prostoperiodičnog mrežnog napona, samo osnovni harmonik struje, odnosno njegova aktivna komponenta (komponenta koja je u fazi sa mrežnim naponom) prenosi energiju, snaga kojom se energija uzima iz mreže je:

$$P_{\alpha} = E \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = E \cdot \frac{A_1}{\sqrt{2}} = P_0 \cdot \left( 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi} \right). \quad (1.16)$$

Faktor snage (odnos aktivne i prividne snage) je:

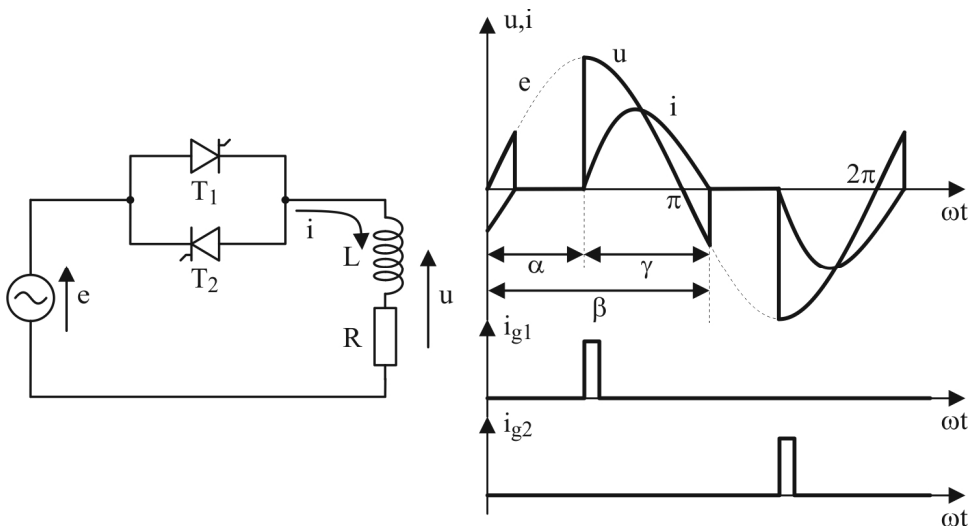
$$\lambda = \frac{P}{E \cdot I} = \frac{R \cdot I^2}{E \cdot I} = \frac{R \cdot \frac{E^2}{R^2} \cdot \left( 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi} \right)}{E \cdot \frac{E}{R} \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}} = \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}. \quad (1.17)$$

Iz prethodne analize vide se i osnovni nedostaci ovakvog načina regulacije efektivne vrednosti napona na opterećenju. Struja koja se uzima iz mreže je složenoperiodična veličina sa relativno visokim učešćem harmonika niskih učestanosti. Osim toga osnovni harmonik struje je fazno pomeren u odnosu na mrežni napon. Ove osobine su nepoželjne zato što se energija prenosi samo aktivnom komponentom osnovnog harmonika, a to je komponenta koja je u fazi sa naponom ( $A_1 \sin(\omega t)$ ). Viši harmonici u odnosu na mrežni napon predstavljaju ortogonalne funkcije, a komponenta osnovnog harmonika ( $B_1 \cos(\omega t)$ ) je u odnosu na mrežni napon pomeren za ugao  $90^\circ$ , tako da ove komponente struje ne mogu prenositi energiju od izvora ka opterećenju. Sve komponente struje, osim aktivne, dovode do nepotrebnog povećanja efektivne vrednosti struje koja se uzima iz mreže. Osim toga, postojanje struja viših harmonika dovodi do izobličenja mrežnog napona što može predstavljati smetnju u radu ostalih potrošača priključenih na istu mrežu.

### 1.3. Monofazni fazni regulatori sa otporno-induktivnim opterećenjem

Na slici 1.7. prikazan je monofazni fazni regulator sa opterećenjem koje se može predstaviti rednom vezom otpornika i prigušnice, kao i talasni oblici mrežnog napona, impulsa za paljenje tiristora za ugao paljenja  $\alpha$  i napona, odnosno struje opterećenja. Kada se u trenutku  $\omega t = \alpha$  dovede impuls za paljenje tiristoru  $T_1$ , tiristor provede, a napon na opterećenju postaje jednak mrežnom naponu:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = \sqrt{2} E \sin(\omega t) \quad (1.18)$$



Sl. 1.7. Fazni regulator sa otporno-induktivnim opterećenjem.

Jednačina (1.18) predstavlja nehomogenu diferencijalnu jednačinu prvog reda. Rešenje ove jednačine je zbir partikularnog rešenja i rešenja pripadajuće homogene diferencijalne jednačine:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0. \quad (1.19)$$

Za partikularno rešenje može se uzeti ustaljeno stanje:

$$i = \frac{\sqrt{2} E}{Z} \sin(\omega t - \varphi) \quad (1.20)$$

gde je:  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ ;  $\varphi = \operatorname{tg}^{-1}(\omega L/R)$ . Pripadajuća homogena diferencijalna jednačina opisuje odziv kola bez pobude, odnosno odziv kola kada je napon na opterećenju jednak nuli a struja je posledica prethodno akumulirane energije u prigušnici. Stoga je rešenje ove jednačine:

$$i = K e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (1.21)$$

gde je vremenska konstanta kola  $\tau = L/R$ . Rešenje nehomogene diferencijalne jednačine (1.18) je:

$$i = \frac{\sqrt{2} E}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + K e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (1.22)$$

Početni uslov je  $i(\alpha) = 0$ . Iz ovog uslova određuje se konstanta „K“:

$$K = -e^{\frac{\alpha}{\omega\tau}} \frac{\sqrt{2} E}{Z} \sin(\alpha - \varphi). \quad (1.23)$$

Zamenom u izraz za struju dobija se:

$$i = \frac{\sqrt{2} E}{Z} \left[ \sin(\omega t - \varphi) - e^{\frac{\alpha}{\omega\tau}} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\alpha - \varphi) \right]. \quad (1.24)$$

Trenutak gašenja tiristora, odnosno trenutak prolaska struje kroz nulu, dobija se rešavanjem transcendentne jednačine  $i(\beta) = 0$ . Za vreme provođenja tiristora  $T_1$ , tiristor  $T_2$  je inverzno polarisan padom napona na tiristoru  $T_1$ . Kada tiristor  $T_1$  prestane da provodi, u trenutku  $\omega t = \beta$ , tiristor  $T_2$  postaje direktno polarisan mrežnim naponom koji u tom trenutku ima vrednost  $\sqrt{2} E \sin(\beta)$ . Ovaj nagli porast napona direktne polarizacije tiristora može dovesti do njegovog neželjenog uključivanja, pa se zbog toga paralelno sa tiristorima mora postaviti odgovarajuća RC zaštita. Ugao provođenja tiristora ( $\gamma$ ) definisan je izrazom:

$$\gamma = \beta - \alpha. \quad (1.25)$$

U toku provođenja tiristora mogu se razlikovati dva vremenska intervala. U prvom intervalu, koji traje od  $\omega t = \alpha$  do  $\omega t = \pi$ , mrežni napon i struja opterećenja imaju isti smer što znači da se energija uzima iz mreže i prenosi ka opterećenju. Deo te energije troši se na otpornom delu opterećenja, a deo se akumulira u prigušnici u obliku magnetne energije. U drugom intervalu, koji traje od  $\omega t = \pi$  do  $\omega t = \beta$ , mrežni napon i struja opterećenja imaju različit smer, što znači da se sada magnetna energija iz prigušnice delom vraća u mrežu a delom se troši na otpornom delu opterećenja. Kada se potroši sva magnetna energija iz prigušnice, struja opada na nulu i tiristor prestaje da provodi. Dakle, što je manji ugao paljenja tiristora to će se više energije akumulirati u prigušnici pa će biti potrebno više vremena da se ta energija potroši, odnosno povećaće se ugao  $\beta$ . Kada ugao  $\beta$  postane jednak  $\pi + \alpha$ , ugao provođenja tiristora postaje jednak  $\pi$ , odnosno više nema prekida u struji opterećenja pa je to isto kao da je opterećenje direktno priključeno na mrežni napon. Ugao provođenja tiristora postaje jednak  $\pi$  kada je ugao paljenja  $\alpha$  jednak uglu  $\varphi$  koliko bi struja fazno kasnila za naponom kada bi se opterećenje direktno priključilo na mrežni napon:

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\omega L}{R} \right). \quad (1.26)$$

Ako bi se ugao paljenja dalje smanjivao ( $\alpha < \varphi$ ) i ako bi impulsi za paljenje bili kratkotrajni, kao što je to prikazano na slici 1.7., to bi značilo da se impuls za paljenje sledećem tiristoru dovodi kada je on inverzno polarisan padom napona na prethodnom tiristoru koji još uvek provodi, zbog čega se sledeći tiristor ne može uključiti. Da bi se sprečila ova nepravilnost u radu faznog regulatora, impulsi za paljenje tiristora moraju trajati nešto duže od ugla  $\varphi$  kako bi i pri  $\alpha = 0$  impuls za paljenje trajao dovoljno dugo da se kroz tiristor koji treba uključiti uspostavi struja koja je dovoljno velika da, po prestanku impulsa za paljenje, tiristor ostane u provodnom stanju. Kako je najveća vrednost ugla  $\varphi$  jednaka  $90^0$  (čisto induktivno opterećenje), dovoljno bi bilo da impulsi za paljenje traju nešto duže od  $90^0$ , ali uobičajeno je da, za fazne regulatore sa otporno-induktivnim opterećenjem, impulsi za paljenje tiristora traju od  $\omega t = \alpha$  do  $\omega t = \pi$  jer se time pojednostavljuje konstrukcija upravljačkog kola.

Kod otporno-induktivnog opterećenja harmonijska izobličenja struje koja se uzima iz mreže su nešto manja nego kod čisto otpornog opterećenja, jer prigušnica vezana na red sa otpornim opterećenjem predstavlja niskopropusni filter, odnosno, njena impedansa raste sa učestanošću harmonika, zbog čega se smanjuju struje koje potiču od viših harmonika napona na opterećenju.

## **1.4. Monofazni fazni regulatori sa induktivnim opterećenjem**

Na slici 1.8. prikazan je monofazni fazni regulator sa čisto induktivnim opterećenjem, kao i talasni oblici mrežnog napona, napona na opterećenju, struje opterećenja i njenog osnovnog harmonika. Izraz za struju opterećenja dobija se iz (1.24) smenom:

$$R = 0; \quad \tau \rightarrow \infty; \quad \varphi = 90^0, \quad (1.27)$$



čime se dobija:

$$i = \frac{\sqrt{2}E}{L\omega} [\cos(\alpha) - \cos(\omega t)] \quad \text{za } \alpha < \omega t < 2\pi - \alpha. \quad (1.28)$$

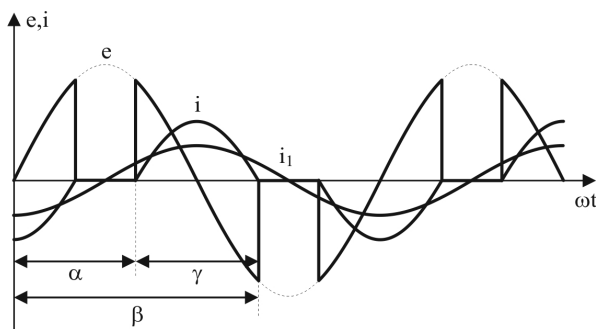
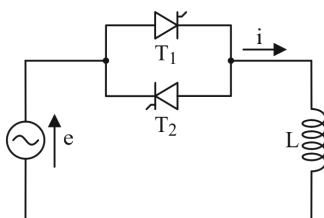
Ovaj izraz važi za  $\pi/2 < \alpha < \pi$ . Amplituda osnovnog harmonika struje dobija se razvojem talasnog oblika struje u Furijeov red:

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(x) \cdot \cos(x) dx = \frac{4}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \frac{\sqrt{2}E}{L\omega} \cdot [\cos(\alpha) - \cos(x)] \cdot \cos(x) dx, \quad (1.29)$$

$$A_1 = -\frac{2\sqrt{2}E}{L\omega} \left[ 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} \right], \quad (1.30)$$

pa je efektivna vrednost struje osnovnog harmonika:

$$I_1 = \frac{|A_1|}{\sqrt{2}} = \frac{2E}{L\omega} \left[ 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} \right]. \quad (1.31)$$



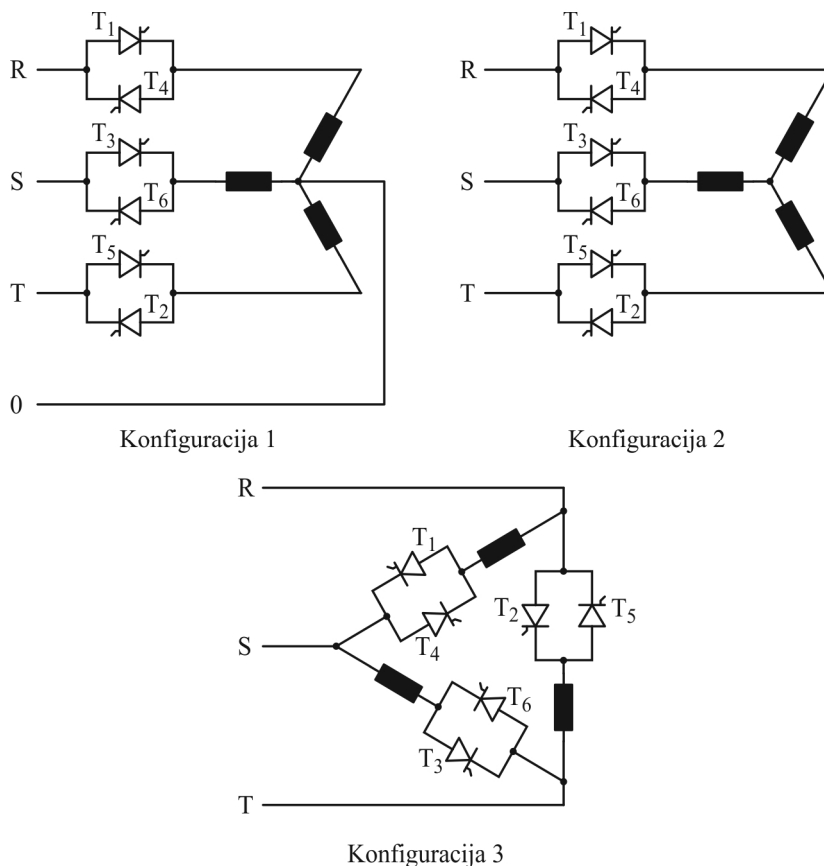
**Sl. 1.8. Fazni regulator sa induktivnim opterećenjem.**

Harmonici struje koji su posledica viših harmonika napona na opterećenju mogu se zanemariti jer su jako oslabljeni velikom impedansom prigušnice na višim učestanostima. Ako se uzme u obzir samo osnovni harmonik struje, vidi se da se fazni regulator sa čisto

induktivnim opterećenjem prema mreži ponaša kao prigušnica promenljive induktivnosti. Promenom ugla paljenja od  $\alpha = 90^0$  do  $\alpha = 180^0$  induktivnost prigušnice može se podešavati u opsegu od „L“ do „ $\infty$ “. Zbog toga se ovi fazni regulatori primenjuju za kompenzaciju reaktivne energije, što će detaljnije biti objašnjeno u poglavlju 1.6.

## 1.5. Trofazni fazni regulatori

Za napajanje trofaznih potrošača, naizmeničnim naponom promenljive efektivne vrednosti, koristi se više topologija faznih regulatora. Na slici 1.9. prikazane su tri najčešće korišćene topologije. U daljem tekstu biće analizirane osobine pojedinih rešenja.

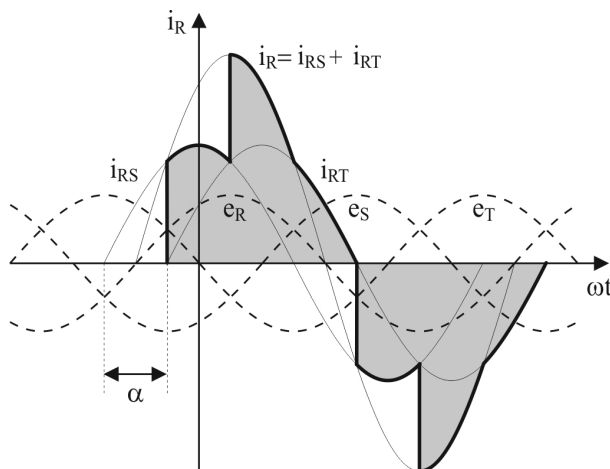


Sl. 1.9. Konfiguracije trofaznih faznih regulatora.

### Konfiguracije 1 i 3

Ove dve konfiguracije mogu se posmatrati kao tri odvojena monofazna fazna regulatora. Zbog toga, za ove fazne regulatore važi sve ono što je rečeno za monofazne fazne regulatore. Razlika između ova dva rešenja je u tome što se razlikuju talasni oblici struja koja se uzima iz mreže. Kod konfiguracije 1 struja mreže jednaka je struji faznog regulatora, pa tu nema razlike u odnosu na monofazni regulator. Kod konfiguracije 3

harmonijski sastav struje mreže razlikuje se od harmonijskog sastava struja pojedinih faznih regulatora. Razlog za to je sledeći: u trofaznom sistemu naponi su međusobno pomereni za  $120^0$  pa su i naponi na opterećenjima vremenski pomereni za trećinu periode. Zbog toga su tripli harmonici (harmonici čija je učestanost celobrojni umnožak trostruke učestanosti osnovnog harmonika) napona odnosno struje pojedinih opterećenja pomereni za celobrojni umnožak  $360^0$ , odnosno, oni su u fazi. Njihove struje se zatvaraju unutar trougla i nema ih u struji koja sa uzima iz mreže. Zbog toga je faktor snage kod konfiguracije 3 nešto veći nego kod konfiguracije 1. Talasni oblik struje mreže kod konfiguracije 3 za otporno opterećenje prikazan je na slici 1.10.



**Sl. 1.10. Talasni oblik struje mreže kod konfiguracije 3 za otporno opterećenje.**

Još jedna razlika između ove dve konfiguracije je u tome što se kod konfiguracije 3, u odnosu na konfiguraciju 1, tiristori dimenzionišu na  $\sqrt{3}$  puta manju struju i  $\sqrt{3}$  puta veći napon.

## Konfiguracija 2

Karakteristična osobina ove konfiguracije trofaznog faznog regulatora je da se struje pojedinih faznih regulatora ne mogu podešavati nezavisno, kao što je to moguće kod konfiguracija 1 i 3. U cilju uspostavljanja struje opterećenja kod konfiguracije 2, potrebno je da se bar dva tiristora uključe istovremeno. Tako, na primer, da bi proveo tiristor  $T_1$  mora da provodi tiristor  $T_2$ , ili tiristor  $T_6$ , ili oba tiristora.

Simetrično funkcionisanje regulatora postiže se ako impulsi za paljenje tiristora svake grane imaju isti raspored u odnosu na napone generatora trofaznog sistema. Tako impulsi za paljenje tiristora  $T_3$  i  $T_6$  moraju kasniti za impulsima tiristora  $T_1$  i  $T_4$  za ugao  $2\pi/3$ , odnosno impulsi za paljenje tiristora  $T_5$  i  $T_2$  moraju kasniti za impulsima tiristora  $T_1$  i  $T_4$  za ugao  $4\pi/3$ . Osim toga, impulsi za paljenje tiristora iste grane moraju biti pomereni za ugao  $\pi$ , stoga se tiristori moraju uključivati po redosledu  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_1, T_2, \dots$  u razmaku od  $\pi/3$ . Ako se ima u vidu neophodnost da provode barem dva tiristora, onda svaki tiristor osim impulsa za paljenje mora imati i potvrdni impuls koji kasni za  $\pi/3$ . Kada se zna

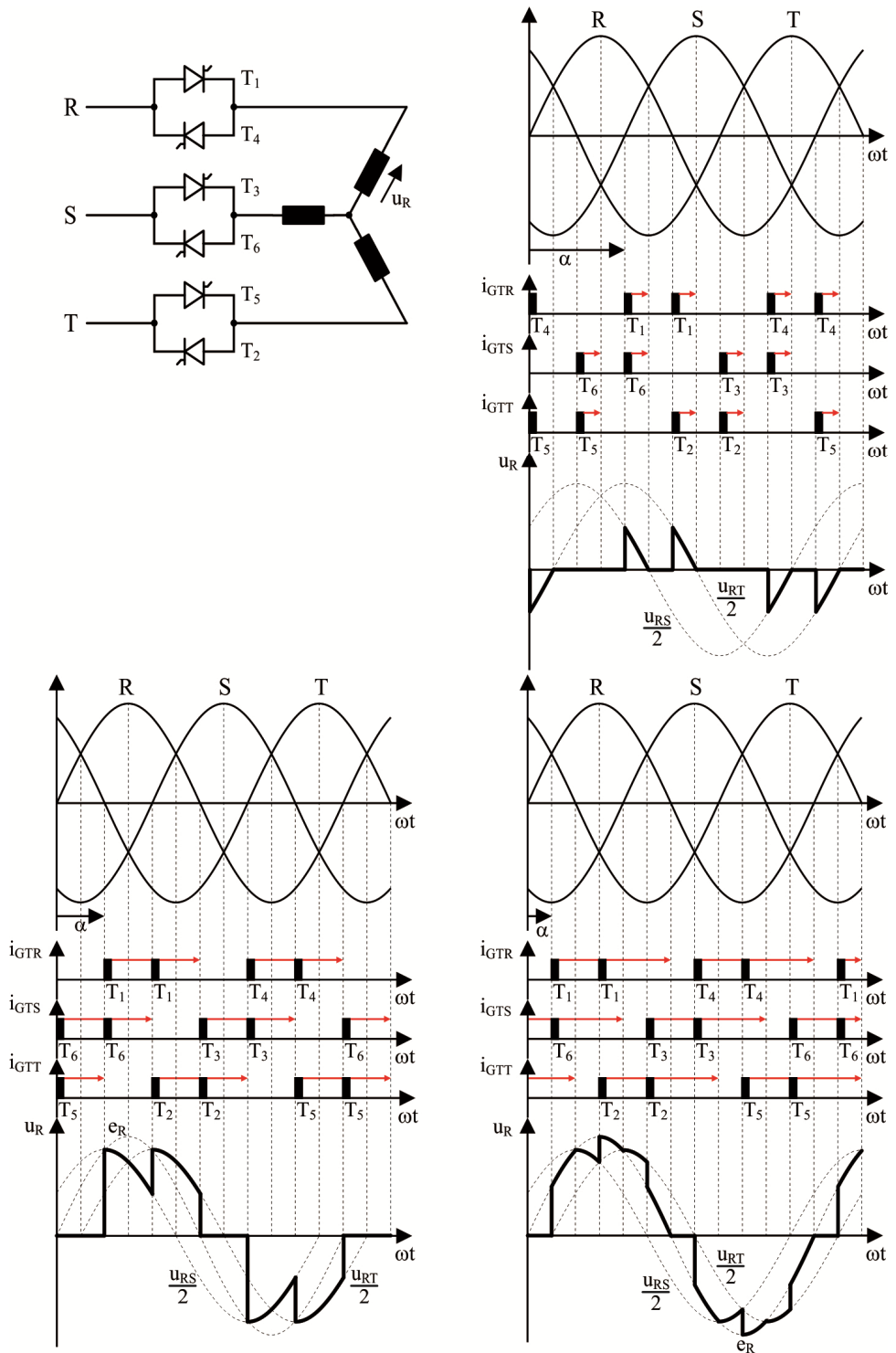
raspored impulsa za paljenje, potrebno je još odrediti referentni trenutak u odnosu na koji se meri ugao paljenja. Za ugao paljenja  $\alpha = 0^0$  treba da se ima najveća struja opterećenja jer se tiristori uključuju odmah čim mogu da provedu. Najveća struja opterećenja se ima ako se opterećenje direktno priključi na mrežni napon i tada će, s obzirom na otporno opterećenje, struje pojedinih opterećenja imati isti talasni oblik kao fazni naponi trofaznog sistema. Stoga se za  $\alpha = 0^0$  uzima trenutak prolaska faznog napona kroz nulu. Način funkcionisanja ovog regulatora biće analiziran za nekoliko karakterističnih uglova paljenja ( $\alpha = 120^0$ ,  $\alpha = 60^0$  i  $\alpha = 30^0$ ), a talasni oblici napona na opterećenju, odnosno struja opterećenja, prikazani su na slici 1.11.

Za ugao paljenja  $\alpha = 120^0$  tiristor  $T_1$  dobija impuls za paljenje u trenutku  $\omega t = \alpha$  a u istom trenutku tiristor  $T_6$  dobija potvrdni impuls, tako da ova dva tiristora provedu a napon na opterećenju postaje jednak polovini linijskog napona  $u_{RS}$ . U trenutku  $\omega t = \alpha + \pi/6$  napon  $u_{RS}$  postaje jednak nuli, tako da ova dva tiristora prestaju da provode. U trenutku  $\omega t = \alpha + \pi/3$  tiristor  $T_1$  dobija potvrdni impuls a u istom trenutku tiristor  $T_2$  dobija impuls za paljenje, tako da ova dva tiristora provedu a napon na opterećenju postaje jednak polovini linijskog napona  $u_{RT}$ . U trenutku  $\omega t = \alpha + \pi/2$  napon  $u_{RT}$  postaje jednak nuli, tako da ova dva tiristora prestaju da provode. Isti proces se ponavlja u negativnoj poluperiodi mrežnog napona. Iz prethodne analize vidi se da, ako je ugao paljenja  $\alpha = 150^0$ , nijedan od tiristora neće provesti, jer parovi impulsa za paljenje stižu na tiristore onda kada međufazni naponi  $u_{RS}$  i  $u_{RT}$  postaju jednaki nuli. Iz toga se vidi da je opseg uglova paljenja u kome se može vršiti podešavanje struje opterećenja  $\alpha = 0^0 \dots 150^0$ . Opisani način rada ima se za uglove paljenja u opsegu  $\alpha = 90^0 \dots 150^0$ .

Za ugao paljenja  $\alpha = 60^0$  tiristor  $T_1$  dobija impuls za paljenje u trenutku  $\omega t = \alpha$ . U istom trenutku tiristor  $T_6$  dobija potvrdni impuls, tako da ova dva tiristora provedu, a napon na opterećenju postaje jednak polovini linijskog napona  $u_{RS}$ . U trenutku  $\omega t = \alpha + \pi/3$ , tiristor  $T_2$  dobija impuls za paljenje pa sada provode tiristori iz sve tri grane  $T_1$ ,  $T_2$  i  $T_6$  a napon na opterećenju postaje jednak faznom naponu  $e_R$ . Međutim u istom trenutku fazni napon  $e_S$  postaje jednak nuli i počinje da menja smer zbog čega  $T_6$  prestaje da provodi tako da će dalje provoditi tiristori  $T_1$  i  $T_2$  a napon na opterećenju postaje jednak polovini linijskog napona  $u_{RT}$ . U trenutku  $\omega t = \alpha + 2\pi/3$  uključuje se tiristor  $T_3$  a napon  $e_R$  postaje jednak nuli i počinje da menja smer, tako da tiristor  $T_1$  prestaje da provodi. Opisani način rada ima se za uglove paljenja u opsegu  $\alpha = 60^0 \dots 90^0$ .

Za  $\alpha = 0^0$  provode tiristori iz sve tri grane i to u trenutku  $\omega t = 0^0$  provode  $T_1$  koji je upravo uključen i, s obzirom na to da je  $e_T > e_S$ , provode tiristori  $T_5$  i  $T_6$ . Ako se ugao paljenja poveća na  $\alpha = 30^0$ , pre nego što se uključi tiristor  $T_1$  provodiće tiristori  $T_5$  i  $T_6$ , tako da, kada se u trenutku  $\omega t = \alpha$  uključi tiristor  $T_1$  provodiće tiristori iz sve tri grane pa će napon na opterećenju postati jednak faznom naponu  $e_R$ .

U trenutku  $\omega t = \alpha + \pi/6$  potencijal faze „T“ postaje jednak nuli i tiristor  $T_5$  prestaje da provodi a napon na opterećenju postaje jednak polovini linijskog napona  $u_{RS}$ . U trenutku  $\omega t = \alpha + \pi/3$  uključuje se tiristor  $T_2$  pa će ponovo provoditi tiristori iz sve tri grane, a napon na opterećenju će biti jednak faznom naponu  $e_R$ . U trenutku  $\omega t = \alpha + \pi/2$  potencijal faze „S“ postaje jednak nuli i tiristor  $T_6$  prestaje da provodi a napon na opterećenju postaje jednak polovini linijskog napona  $u_{RT}$ . U trenutku  $\omega t = \alpha + 2\pi/3$  uključuje se tiristor  $T_3$  pa će ponovo provoditi tiristori iz sve tri grane a napon na opterećenju će biti jednak faznom naponu  $e_R$ .



Sl. 1.11. Talasni oblici napona na opterečenju za  $\alpha = 120^\circ$ ,  $\alpha = 60^\circ$  i  $\alpha = 30^\circ$

Ovakvo stanje ostaje do trenutka  $\omega t = \alpha + 5\pi/6$  kada potencijal faze „R“ postaje jednak nuli i tiristor  $T_1$  prestaje da provodi a napon na opterećenju postaje jednak nuli i biće jednak nuli sve dok se ponovo ne uključi tiristor  $T_1$ . Isti proces se ponavlja u negativnoj poluperiodi mrežnog napona.

Sada, kada je poznat talasni oblik struje, može se odrediti efektivna vrednost i harmonijski sastav struje opterećenja. S obzirom na složen talasni oblik napona na opterećenju, ovakvu analizu bilo bi praktično nemoguće izvesti za otporno-induktivno opterećenje. Za razliku od prethodne dve konfiguracije trofaznih faznih regulatora kod ove konfiguracije regulatora u struji opterećenja nema triplih harmonika jer, kada bi oni postojali, to bi bile tri struje koje su u fazi i ne bi imale gde da se zatvore. Zato se ova konfiguracija najčešće koristi za upravljanje asinhronim motorima, jer je kod ove konfiguracije minimalna degradacija parametara mašine.

Kada su svi tiristori u neprovodnom stanju, zbog male struje koja kroz njih tada protiče, potencijal zajedničke tačke opterećenja (zvezdišta) biće jednak srednjoj vrednosti potencijala sve tri faze (referentni nulti potencijal). Zbog toga tiristori treba da blokiraju napon koji je jednak maksimalnoj trenutnoj vrednosti faznog napona ( $\sqrt{2}E$ ). Ako su tiristori iz jedne faze neprovodni a provode tiristori iz druge dve faze, potencijal zvezdišta je jednak srednjoj vrednosti potencijala dve faze čiji tiristori provode, pa neprovodni tiristori treba da blokiraju napon koji je jednak maksimalnoj trenutnoj vrednosti napona  $3E/2$ . U slučaju kvara, tiristori iz jedne faze biće u stalno provodnom stanju ili u stalno neprovodnom stanju zavisno od tipa kvara. Zbog toga će se na neprovodnim tiristorima preostale dve faze pojaviti pun linijski napon koji oni moraju blokirati. Zato se tiristori za ovu konfiguraciju regulatora moraju dimenzionisati prema maksimalnoj trenutnoj vrednosti linijskog napona, odnosno u poređenju sa konfiguracijama 1 i 3 tiristori se dimenzionišu na  $\sqrt{3}$  puta više volt-ampera.

## 1.6. Kompenzacija reaktivne snage

Mogućnost postrojenja za distribuciju električne energije da snabdeva priključene potrošače dovoljnim količinama energije zavisi od načina na koji potrošači koriste tu energiju. Mera efikasnosti korišćenja električne energije je faktor snage definisan kao odnos aktivne i prividne snage:

$$\lambda = \frac{P}{U \cdot I} \quad (1.32)$$

Faktor snage ima najveću vrednost za otporno opterećenje kada je  $P = UI$ , odnosno  $\lambda = 1$ . Smanjenje faktora snage može se dogoditi iz dva razloga:

1. ako je struja koja se uzima iz mreže fazno pomerena u odnosu na napon, pa je za prenos energije istom snagom potrebna znatno veća efektivna vrednost struje;
2. ako struja opterećenja nije prostoperiodična veličina, zbog čega u struji osim osnovnog harmonika koji vrši prenos energije postoje i harmonici čija se

učestanost razlikuje od učestanosti mrežnog napona, tako da ovi harmonici ne vrše prenos energije već samo utiču na povećanje efektivne vrednosti struje.

Povećanje efektivne vrednosti struje za istu snagu kojom se prenosi energija ima višestruke negativne posledice:

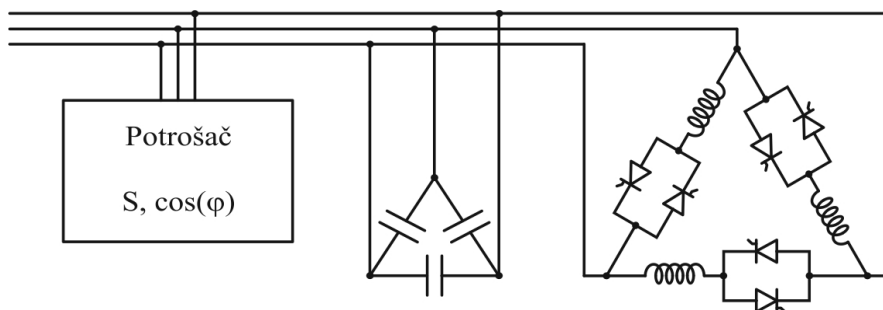
1. povećavaju se gubici u distributivnoj mreži;
2. povećavaju se gubici u generatorima za proizvodnju električne energije, zbog čega, u ekstremnim slučajevima, nije moguće u potpunosti iskoristiti raspoloživu mehaničku snagu;
3. kontaktna oprema se mora dimenzionisati na veće struje nego što je to potrebno.

U ovom poglavlju biće analizirane mogućnosti popravke faktora snage za opterećenja koja iz mreže uzimaju prostoperiodičnu struju koja je fazno pomerena u odnosu na mrežni napon. Za primer se mogu uzeti veća industrijska postrojenja gde struja obično značajno kasni za mrežnim naponom, tako da se potrošač prema mreži ponaša kao otporno-induktivno opterećenje. Postoji više načina za popravku faktora snage, a izbor najpogodnijeg rešenja zavisi od toga koliko se u toku dana menja induktivna komponenta struje. Ako su promene male, paralelno sa potrošačem može se priključiti baterija kondenzatora odgovarajuće fiksne kapacitivnosti, tako da u toku dana, faktor snage vrlo malo odstupa od maksimalne vrednosti. Za veće promene induktivne komponente struje baterija kondenzatora mora se podeliti u više manjih grupa, pa se onda prema potrebi uključuje potreban broj grupa kondenzatora. Uključenje pojedinih grupa kondenzatora se može vršiti pomoću kontaktora ili pomoću tiristora. Kada se uključjenje vrši pomoću tiristora, potrebno je da se uključjenje vrši u trenutku kada su trenutne vrednosti napon na kondenzatoru i mrežnog napona jednake, jer bi u suprotnom moglo doći do oštećenja tiristora zbog prevelike struje u trenutku uključjenja. U slučaju da su dnevne promene induktivne komponente struje velike, paralelno opterećenju može se priključiti fiksna baterija kondenzatora dovoljno velike kapacitivnosti tako da se potrošač zajedno sa baterijom kondenzatora prema mreži uvek ponaša kao otporno-kapacitivno opterećenje, zatim se paralelno sa baterijom kondenzatora vezuje induktivno opterećen fazni regulator pomoću koga se faktor snage podešava na maksimalnu vrednost. Blok šema ovog rešenja prikazana je na slici 1.12.

U poglavlju 1.4. analiziran je rad monofaznog faznog regulatora sa induktivnim opterećenjem, pri čemu je pokazano da je efektivna vrednost struje osnovnog harmonika:

$$I_1 = \frac{|A_1|}{\sqrt{2}} = \frac{2E}{L\omega} \left[ 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} \right]; \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi. \quad (1.33)$$





**Sl. 1.12. Korekcija faktora snage induktivno opterećenim trofaznim faznim regulatorom.**

Na isti način mogu se izvesti izrazi za struje viših harmonika:

$$A_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(x) \cdot \cos(kx) dx \quad (1.34)$$

$$A_k = \frac{\sqrt{2} E}{\pi L \omega} \left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\pi-\alpha} [-\cos(\alpha) - \cos(x)] \cdot \cos(kx) dx + \\ + \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} [\cos(\alpha) - \cos(x)] \cdot \cos(kx) dx + \\ + \int_{\pi+\alpha}^{2\pi} [-\cos(\alpha) - \cos(x)] \cdot \cos(kx) dx \end{array} \right\}. \quad (1.35)$$

Rešavanjem integrala dobija se amplituda k-tog harmonika:

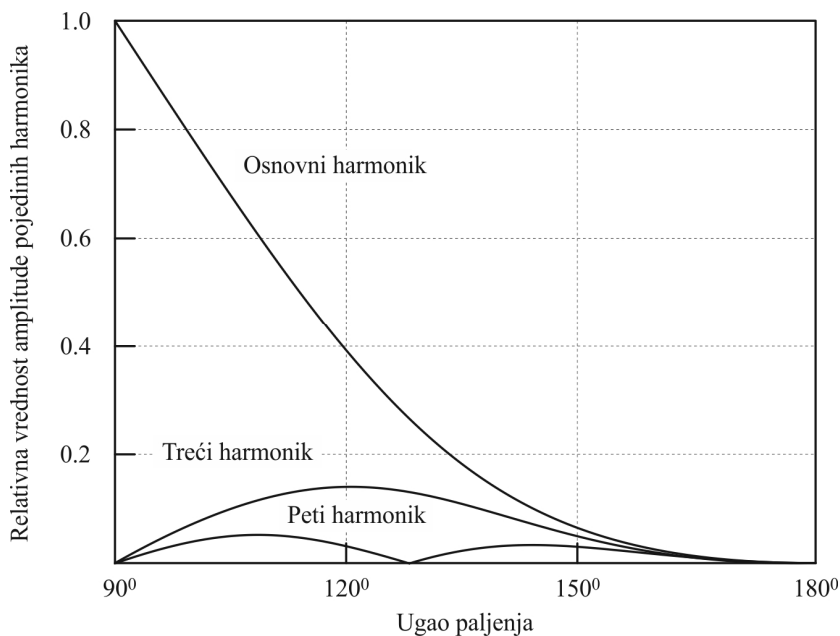
$$A_k = -\frac{4\sqrt{2} E}{\pi L \omega} \cdot \frac{\sin(k\alpha)\cos(\alpha) - k\cos(k\alpha)\sin(\alpha)}{k \cdot (k^2 - 1)}. \quad (1.36)$$

Na slici 1.13. grafički je prikazan odnos pojedinih harmonika tako što je prikazana efektivna vrednost osnovnog harmonika  $i$ , zbog relativno malih vrednosti harmonika visokih učestanosti, samo amplitude trećeg i petog harmonika. Sa slike se vidi da neželjena harmonijska izobličenja potiču uglavnom od trećeg harmonika. Ovaj harmonik ima maksimalnu vrednost za  $\alpha = 120^\circ$ :

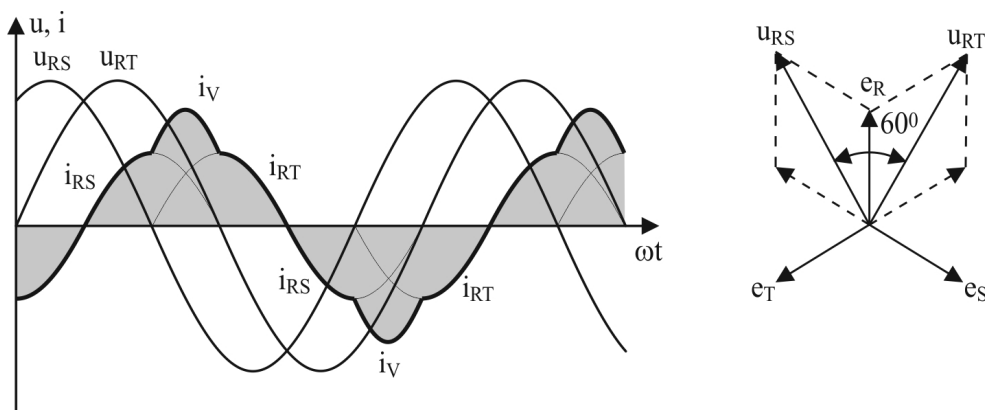
$$A_3 = \frac{\sqrt{2} E}{L \omega} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0,138 \cdot \frac{\sqrt{2} E}{L \omega}. \quad (1.37)$$

Ostali harmonici imaju zanemarljivo male vrednosti zbog velike impedanse induktivnog opterećenja. Ako se tri faza regulatora povežu u trougao, kao što je to prikazano na slici 1.12., struje trećeg harmonika će se zatvarati unutar trougla i neće se

pojavljivati u struji mreže. Dakle, harmonijska izobličenja struje trofaznog kompenzatora će biti zanemarljivo mala.



**Sl. 1.13. Relativne vrednosti amplitude harmonika u struji kod monofaznog faznog regulatora sa induktivnim opterećenjem.**



**Sl. 1.14. Struja u priključnom vodu trofaznog kompenzatora.**

Na slici 1.14. prikazan je talasni oblik struje u priključnom vodu kojim se kompenzator priključuje na fazu „R“ za ugao paljenja  $\alpha = 120^\circ$ . Ta struja jednaka je zbiru struja faznih regulatora priključenih na linijske napone  $u_{RS}$  i  $u_{RT}$ . Ukupna trofazna reaktivna snaga trofaznog kompenzatora je:

---

$$Q = 3UI_1 = \frac{6U^2}{L\omega} \left[ 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} \right]; \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi. \quad (1.38)$$

gde je U efektivna vrednost linijskog napona.

---

## Poglavlje 2

### Ispravljači

Ispravljači predstavljaju najrasprostranjeniji tip energetskih pretvarača. Koriste se za upravljanje razmenom energije između kola sa naizmeničnim naponom i kola sa jednosmernim naponom primenom prekidačkih mreža. Prekidačke mreže se mogu realizovati raznim kombinacijama dioda i tiristora pa stoga ispravljači mogu biti neupravljivi (diodni ispravljači), poluupravljivi (ispravljači realizovani kombinacijom dioda i tiristora) i punoupravljivi (tiristorski ispravljači). Kao i fazni regulatori, i ispravljači spadaju u kategoriju mrežom vođenih pretvarača jer se za isključenje poluprovodničkih prekidačkih elemenata koristi promena polariteta mrežnog napona. Najveći deo oblasti primene ispravljača predstavlja regulacija elektromotornih pogona sa mašinama za jednosmernu struju, elektrohemijski i elektrometalurški industrijski procesi, elektrolitička proizvodnja hemikalija, punjenje i pražnjenje akumulatorskih baterija, izvori napajanja elektronske opreme koja radi na mrežnom naponu itd. Kao i kod faznih regulatora, harmonijska izobličenja struje, koja se uzima iz mreže, glavni su nedostatak mrežom vođenih ispravljača. Osim toga, nedostatak predstavlja i postojanje značajne naizmenične komponente izlaznog napona ispravljača.

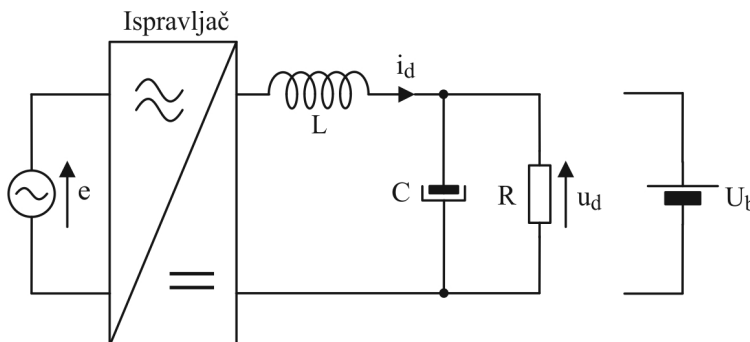
#### 2.1. Princip rada

---

Pretvaranje naizmeničnog napona napajanja u jednosmerni napon na opterećenju vrši se tako što se opterećenje priključuje na izvor napajanja preko mreže prekidača. Zatim se, uključenjem i isključenjem prekidača, na opterećenje priključuju delovi prostoperiodičnih napona generatora koji čine izvor napajanja, tako da se dobije željena srednja vrednost napona na opterećenju.

Ispravljači pokrivaju vrlo široku oblast primene, pa se zbog toga mogu očekivati razni tipovi opterećenja, tako da bi analiza rada ispravljača za svako opterećenje posebno bila preobimna. U najvećem broju primena, kao što je punjenje i pražnjenje akumulatorskih baterija, regulacija elektromotornih pogona sa mašinama za jednosmernu struju, kao i neki elektrohemijski procesi, opterećenje se može predstaviti baterijom jednosmernog napona  $U_b$ . Na isti način mogu se predstaviti i druga opterećenja kod kojih se, u cilju smanjenja talasnosti napona na opterećenju, između ispravljača i opterećenja postavlja LC filter propusnik opsega niskih učestanosti, kao što je to prikazano na slici 2.1. Ako se smatra da je kapacitivnost kondenzatora u filtru dovoljno velika da se može zanemariti naizmenična komponenta napona na opterećenju, paralelna veza kondenzatora i opterećenja može se

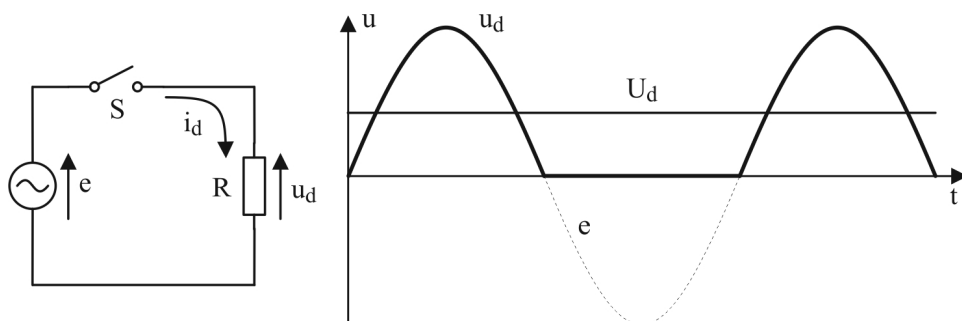
zameniti ekvivalentnim naponskim generatorom napona  $U_b$ . U cilju ograničenja trenutne vrednosti struje opterećenja između ispravljača i opterećenja mora se postaviti prigušnica, jer se trenutna vrednost napona na izlazu ispravljača razlikuje od napona na opterećenju. Za analizu osnovnih funkcija ispravljača može se smatrati da je induktivnost prigušnice vezane na red sa opterećenjem dovoljno velika da se može zanemariti talasnost struje prigušnice, pa se opterećenje može predstaviti strujnim ponorom, dok se za detaljnu analizu mora uzeti u obzir ekonomski opravdana vrednost induktivnosti prigušnice u jednosmernom kolu.



**Sl. 2.1. Zamenska šema opterećenja ispravljača.**

Najjednostavniji ispravljač prikazan je na slici 2.2. Da bi se dobio jednosmerni napon na opterećenju, prekidač „S“ se uključuje samo u toku jedne, na primer, pozitivne poluperiode napona napajanja. Srednja vrednost napona na opterećenju tada je:

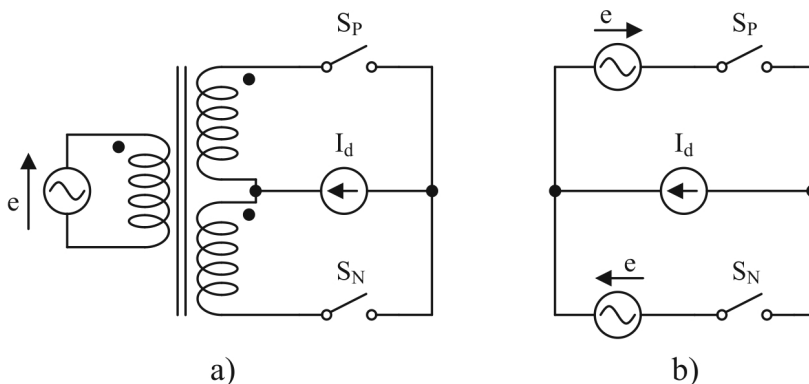
$$U_d = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \sqrt{2}E \sin(x) dx = \frac{\sqrt{2}E}{\pi}. \quad (2.1)$$



**Sl. 2.2. Monofazni jednostrani ispravljač.**

Ovakva konfiguracija ispravljača naziva se jednostrani ispravljač, jer se energija iz izvora uzima samo u toku jedne poluperiode. Sa slike se vidi da se na opterećenju, osim željene jednosmerne komponente napona, pojavljuje i značajna naizmenična komponenta kao posledica korišćenja delova prostoperiodičnog napona za formiranje jednosmernog napona na opterećenju.

Bolje iskorišćenje izvora napajanja bi se postiglo ako bi se omogućio prenos energije u obe poluperiode mrežnog napona, tako što bi se sa promenom polariteta mrežnog napona menjao i smer priključenja opterećenja. Smer priključenja opterećenja na mrežni napon može se menjati na dva načina. Na slici 2.3.a) prikazana je konfiguracija monofaznog ispravljača, gde se promena smera priključenja opterećenja na mrežni napon vrši pomoću dva prekidača i transformatora.

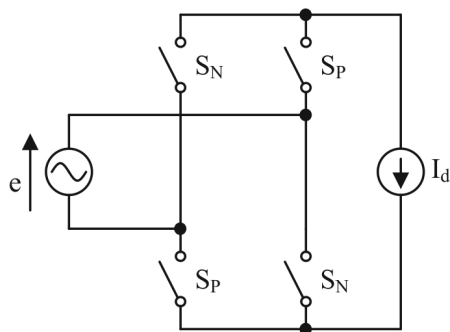


**Sl. 2.3. Dvofazni jednostrani ispravljač.**

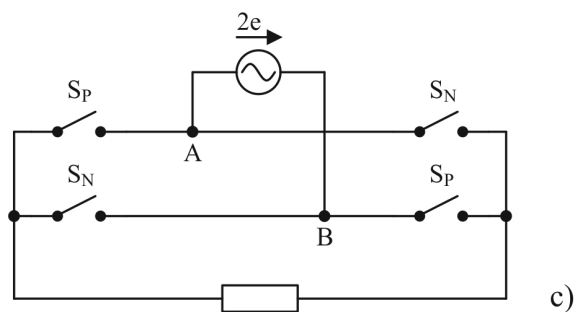
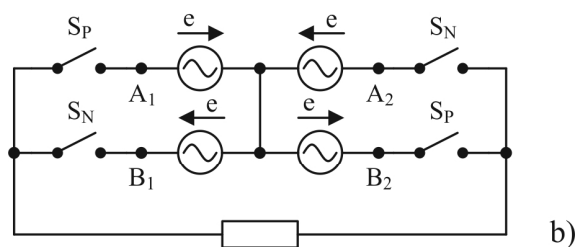
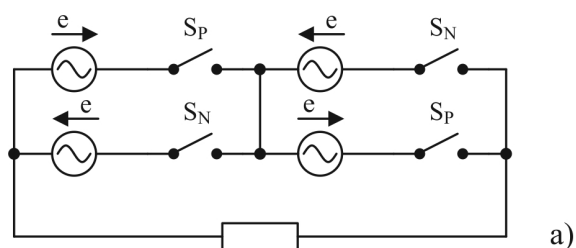
Na slici 2.3.b) prikazana je ekvivalentna šema ovog ispravljača koja se dobija preslikavanjem izvora napajanja na sekundarne namotaje transformatora, pod pretpostavkom da sva tri namotaja imaju isti broj navojaka. Iz ekvivalentne šeme se vidi da se uključenjem jednog ili drugog prekidača menja smer struje  $I_d$  kroz izvor napajanja čime je omogućen prenos energije u obe poluperiode mrežnog napona. Za ovu konfiguraciju ispravljača može se reći da se pomoću transformatora monofazni izvor napajanja transformiše u dvofazni (dva napona fazno pomerena za  $180^\circ$ ), dok se ispravljač sastoji od dva paralelno vezana jednostrana ispravljača (slika 2.2.). Stoga se ova konfiguracija ispravljača naziva dvofazni jednostrani ispravljač. Drugi način promene smera priključenja opterećenja na izvor napajanja prikazan je na slici 2.4. Kod ove konfiguracije ispravljača promena smera priključenja opterećenja vrši se istovremenim uključenjem i isključenjem parova prekidača  $S_N$  i  $S_P$ . Ovakav ispravljač naziva se monofazni mosni ispravljač.

Pažljivom analizom dvofaznog jednostranog i mosnog ispravljača može se utvrditi da je mosna konfiguracija, u stvari, redna veza dva dvofazna jednostrana ispravljača. Transformacija redne veze dva dvofazna jednostrana ispravljača u mosni ispravljač prikazana je na slici 2.5. Na slici 2.5.b) prikazana je ista šema kao na slici 2.5.a), jedina razlika je u zameni mesta prekidača i generatora levog dvofaznog jednostranog ispravljača.

Razlika potencijala između tačaka  $A_1$  i  $A_2$ , kao i između tačaka  $B_1$  i  $B_2$  jednaka je nuli. Ove tačke se mogu spojiti zajedno, a između tačaka  $A_1$  i  $B_1$ , odnosno  $A_2$  i  $B_2$ , može se postaviti generator dvostruko većeg napona „ $2e$ “, iz čega sledi mosna konfiguracija prikazana na slici 2.5.c).

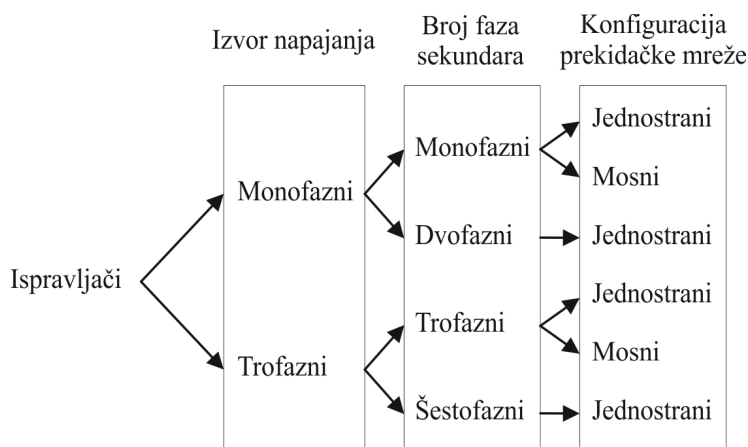


*Sl. 2.4. Dvostrani mosni ispravljač.*



*Sl. 2.5. Transformacija redne veze dva dvofazna jednostrana ispravljača u mosni ispravljač.*

Na osnovu prethodne analize može se izvršiti podela ispravljača po tri kriterijuma: prema broju faza izvora napajanja, prema broju faza na sekundaru transformatora i prema konfiguraciji prekidačkih elemenata. Prema izvoru napajanja ispravljači se dele na monofazne i trofazne. Na sekundaru monofaznog transformatora može se formirati monofazni i dvofazni sistem, dok se na sekundaru trofaznog transformatora, pogodnom kombinacijom delova namotaja, može formirati bilo koji broj faza. Ipak se prema broju faza na sekundaru transformatora ispravljači dele na monofazne, dvofazne, trofazne i šestofazne. Višefazne sprege sekundara transformatora veoma retko se koriste zbog problema koji će biti analizirani u daljim razmatranjima. Iako je prethodno pokazano da mosni ispravljač predstavlja rednu vezu dva jednostrana ispravljača, zbog izvesnih razlika u funkcionisanju ove dve sprege razmatraju se zasebno, pa se prema konfiguraciji prekidačkih elemenata ispravljači mogu podeliti na jednostrane i mosne. Na slici 2.6. prikazani su razni tipovi ispravljača prema prethodno ustanovljenoj podeli. U daljem tekstu biće detaljno analizirane pojedine konfiguracije ispravljača.



Sl. 2.6. Podela ispravljača.

## 2.2. Dvofazni jednostrani ispravljač

Pre nego što se pređe na analizu rada ispravljača potrebno je utvrditi sledeće pretpostavke:

1. Mrežni napon je idealan naponski generator, odnosno njegova unutrašnja impedansa je jednaka nuli.
2. Tiristori su idealni prekidači, odnosno, kada provode, pad napona na njima je jednak nuli, a kada ne provode struja kroz njih je jednaka nuli. Osim toga, vreme potrebno za gašenje tiristora je zanemarljivo kratko.
3. Opterećenje se može predstaviti strujnim ponorom jer je induktivnost prigušnice vezane na red sa opterećenjem dovoljno velika da se može zanemariti naizmenična komponenta struje prigušnice.



4. Transformator je idealan, odnosno induktivnost rasipanja i otpornosti namotaja jednaki su nuli. Uticaj induktivnosti rasipanja transformatora na rad ispravljača biće analiziran kasnije.

Dvofazni jednostrani ispravljač prikazan je na slici 2.7. Ugao paljenja tiristora se računa od trenutka prolaska mrežnog napona kroz nulu i to za tiristor  $T_1$  od trenutka kada napon  $u_{A0}$  postaje pozitivan, a za tiristor  $T_2$  od trenutka kada napon  $u_{B0}$  postaje pozitivan. Pre nego što se, u trenutku  $\omega t = \alpha$ , uključi tiristor  $T_1$  provodi tiristor  $T_2$ . Uključenjem tiristora  $T_1$  tačka „A“ se spaja na katodu tiristora  $T_2$  dok je njegova anoda priključena na tačku „B“. Kako je u trenutku  $\omega t = \alpha$  potencijal tačke „A“ viši od potencijala tačke „B“, tiristor  $T_2$  postaje inverzno polarisan i prestaje da provodi a struju opterećenja preuzima tiristor  $T_1$ . Tiristor  $T_2$  će biti inverzno polarisan do kraja poluperiode, odnosno, dok je napon  $U_{AB} > 0$  i za to vreme će se izvršiti njegovo gašenje. Opisani proces će se ponoviti i u sledećoj poluperiodi, s tom razlikom što će se tada izvršiti uključjenje tiristora  $T_2$  i isključenje tiristora  $T_1$ . Dakle, svaki od tiristora će provoditi  $180^\circ$ . Srednja vrednost napona na opterećenju je:

$$U_d = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sqrt{2}E \sin(x) dx = \frac{\sqrt{2}E}{\pi} \cos(x) \Big|_{\pi+\alpha}^{\alpha} = \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha) \quad (2.2)$$

## Spektar struje koja se uzima iz mreže

Ako se zanemari struja magnećenja transformatora, zbir magnetopobudnih sila po zatvorenom magnetnom putu transformatora mora biti jednak nuli:

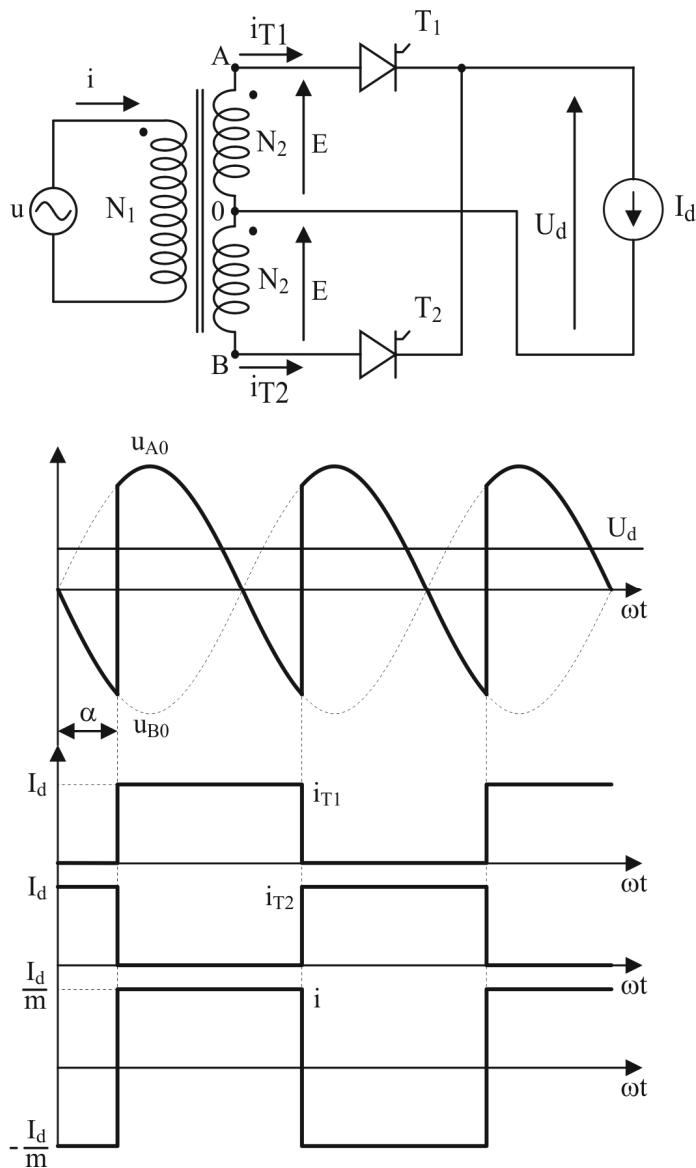
$$N_1 i - N_2 i_{T1} + N_2 i_{T2} = 0, \quad (2.3)$$

odakle sledi da je struja primarnog namotaja transformatora, odnosno struja koja se uzima iz mreže:

$$i = \frac{1}{m} (i_{T1} - i_{T2}), \quad (2.4)$$

gde je „m“ prenosni odnos transformatora ( $m = N_1/N_2$ ). Efektivne vrednosti struja pojedinih harmonika ne zavise od ugla paljenja, pa je za  $\alpha = 0$ :

$$I_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{I_d}{m} \sin(kx) dx = \frac{2\sqrt{2}}{k\pi} \cdot \frac{I_d}{m}; \quad k = 1, 3, 5, \dots \quad (2.5)$$



Sl. 2.7. Dvofazni jednostrani ispravljáč.

Efektivna vrednost struje osnovnog harmonika je:

$$I_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{I_d}{m} \quad (2.6)$$

Osnovni harmonik struje mreže kasni za mrežnim naponom za ugao paljenja „ $\alpha$ “. U ustaljenom stanju, ako se zanemare gubici, snaga kojom se energija uzima iz mreže mora biti jednaka snazi kojom se energija troši na opterećenju:

$$P = U \cdot I_1 \cdot \cos(\alpha) = U \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{I_d}{m} \cdot \cos(\alpha) = I_d \cdot \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \cdot \cos(\alpha) = I_d \cdot U_d, \quad (2.7)$$

odakle sledi izraz za srednju vrednost napona na opterećenju izveden u (2.2). Ako se ima u vidu da se ugao paljenja može menjati u opsegu  $\alpha = 0 \dots 180^\circ$ , sledi da se za uglove paljenja  $\alpha = 0 \dots 90^\circ$  energija uzima iz mreže i predaje opterećenju, jer je snaga pozitivna. Ovaj režim rada naziva se ispravljački režim. Za uglove paljenja  $\alpha = 90^\circ \dots 180^\circ$  snaga je negativna, što znači da se promenio smer prenosa energije, odnosno da se energija iz opterećenja vraća u mrežu. Promena smera prenosa energije vrši se promenom smera napona na opterećenju. Smer struje opterećenja ne može se menjati zbog toga što tiristori mogu provoditi struju samo u smeru od anode ka katodi. Ovaj režim rada naziva se invertorski režim.

## Dimenzionisanje transformatora

Sa slike 2.7. vidi se da se talasni oblici struja kroz primarne i sekundarne namotaje transformatora razlikuju. Ova razlika potiče od toga što struja kroz sekundarne namotaje transformatora ima jednosmernu komponentu koja ne utiče na struju primara transformatora. Zbog različitog harmonijskog sastava ovih struja odnos njihovih efektivnih vrednosti neće biti isti kao odnos brojeva navojaka primarnih i sekundarnih namotaja transformatora. Efektivna vrednost struje kroz sekundarne namotaje transformatora je:

$$I'' = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_d^2 dt} = \frac{I_d}{\sqrt{2}}. \quad (2.8)$$

Kroz primarni namotaj transformatora stalno postoji struja  $I_d/m$ , s tim što u svakoj poluperiodi menja smer, zavisno od toga koji tiristor provodi, pa je efektivna vrednost struje:

$$I' = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot 2 \cdot \int_0^T \left(\frac{I_d}{m}\right)^2 dt} = \frac{I_d}{m}. \quad (2.9)$$

Snaga na koju treba dimenzionisati transformator je snaga kojom se može prenositi energija kroz transformator sa otpornim opterećenjem (struja u fazi sa naponom) a da se pri tome transformator ne zagreje preko maksimalno dozvoljene temperature. Transformator se zagreva snagom gubitaka u bakru i snagom gubitaka u gvožđu. Gubici u bakru zavise od efektivnih vrednosti struja kroz namotaje transformatora, od čega zavisi i upotrebljena količina bakra. Osim toga, upotrebljena količina bakra zavisi i od napona na koji se priključuje transformator, jer od tog napona zavisi površina poprečnog preseka magnetnog kola, odnosno srednja dužina jednog navojka namotaja. S obzirom na to da, za potrebnu količinu bakra, treba obezbediti dovoljno veliki navojni prostor, sledi da efektivne vrednosti

struja kroz namotaje transformatora utiču i na količinu upotrebljenog magnetnog materijala. Gubici u gvožđu transformatora prouzrokovani su histerezisnim gubicima i gubicima usled vihornih struja. Dakle, ovi gubici zavise samo od količine upotrebljenog magnetnog materijala. U praksi je utvrđeno da je količina materijala potrebnog za gradnju transformatora, pa samim tim i cena transformatora, srazmerna proizvodu napona na koji se transformator priključuje i efektivne vrednosti struje koja se uzima iz mreže, odnosno, prividnoj snazi transformatora. Ovo važi za transformatore koji rade u prostoperiodičnom režimu gde su prividne snage računane sa strane primara i sekundara jednake. Kada su ove snage različite, kao što je slučaj kod nekih ispravljača, transformator se dimenzioniše na srednju vrednost prividnih snaga primara i sekundara, jer će u tom slučaju gubici u jednom od namotaja biti nešto veći, dok će gubici u drugom namotaju biti manji pa će zagrevanje transformatora odgovarati nominalnim uslovima. Prema izvedenim izrazima za efektivne vrednosti struja kroz namotaje transformatora (2.8) i (2.9) i s obzirom na to da je  $E = U/m$ , snaga na koju treba dimenzionisati transformator iznosi:

$$S = \frac{1}{2}(S' + S'') = \frac{1}{2} \left( U \cdot \frac{I_d}{m} + 2 \cdot E \cdot \frac{I_d}{\sqrt{2}} \right) = EI_d \cdot \left( \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \right). \quad (2.10)$$

Maksimalna snaga kojom se energija prenosi opterećenju postiže se onda kada je najveći napon na opterećenju, odnosno za ugao paljenja tiristora  $\alpha = 0$ . Prema (2.7) ova snaga iznosi:

$$P_0 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot EI_d. \quad (2.11)$$

Odnos snage na koju je potrebno dimenzionisati transformator i maksimalne snage kojom se energija može prenositi opterećenju je:

$$\frac{S}{P_0} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1 + \sqrt{2}}{2} = 1,34. \quad (2.12)$$

Iz ovog izraza se vidi da se transformator mora dimenzionisati na 34% veću snagu od maksimalne snage kojom se energija može prenositi opterećenju. To je posledica harmonijskih izobličenja struje kroz namotaje transformatora, odnosno postojanja harmonika koji ne prenose energiju, ali utiču na povećanje efektivne vrednosti struje. Ukupna harmonijska izobličenja struje koja se uzima iz mreže (**Total Harmonic Distortion**) su:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^n I_k^2}}{I} = \sqrt{\frac{I^2 - I_1^2}{I^2}} = \sqrt{1 - \frac{I_1^2}{I^2}} = \sqrt{1 - \left( \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \right)^2} = 43,5 \% . \quad (2.13)$$

## Faktor snage ispravljača

Faktor snage ispravljača je odnos snage kojom se energija prenosi opterećenju i prividne snage na mrežnim priključcima:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\left| \frac{2\sqrt{2}}{\pi} EI_d \cos(\alpha) \right|}{U \frac{I_d}{m}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} |\cos(\alpha)| = 0,9 \cdot |\cos(\alpha)| \quad (2.14)$$

Zbog harmonijskih izobličenja struje koja se uzima iz mreže faktor snage ispravljača opada na vrednost  $\lambda = 0,9$ . Dodatno smanjenje faktora snage posledica je faznog pomeraja struje osnovnog harmonika u odnosu na mrežni napon za ugao paljenja „ $\alpha$ “.

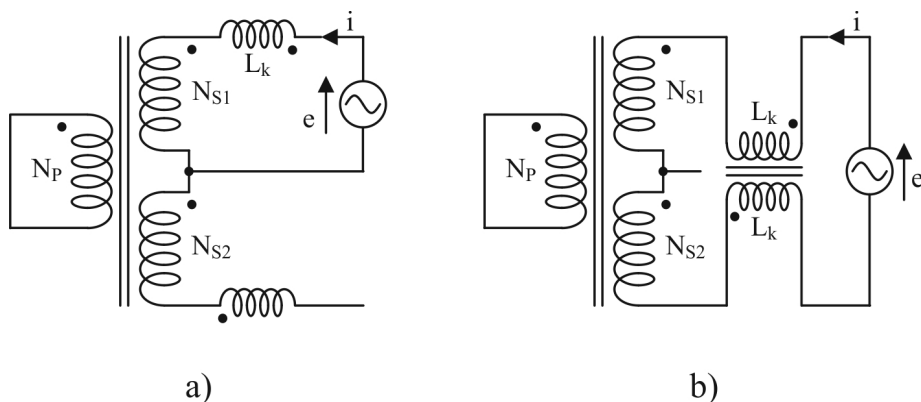
## Uticao inuktivnosti rasipanja transformatora

Prethodna razmatranja osnovnih funkcija dvofaznog jednostranog ispravljača vršena su uz pretpostavku da je transformator idealan. Kod idealnog transformatora smatra se da je sav fluks sadržan u magnetnom jezgru, tako da je obuhvaćen svim namotajima transformatora. U tom slučaju se proces isključenja jednog i uključenja drugog tiristora, odnosno prebacivanje struje iz jednog u drugi namotaj sekundara transformatora, može obaviti trenutno jer ne podrazumeva promenu energetske stanja u kolu. Kod realnog transformatora, osim zajedničkog dela fluksa, postoji i deo fluksa koji je obuhvaćen samo jednim namotajem transformatora (fluks rasipanja). Zbog postojanja fluksa rasipanja proces isključenja struje kroz jedan namotaj i uspostavljanja struje kroz drugi namotaj podrazumeva da jedan fluks rasipanja treba da postane jednak nuli a da se drugi fluks rasipanja uspostavi. Promena fluksa znači promenu magnetne energije, za šta je potrebno izvršiti rad. S obzirom na to da se rad obavlja konačnom snagom, za to je potrebno određeno vreme. Proces isključenja struje u jednom delu električnog kola i uspostavljanja struje u drugom delu kola naziva se proces komutacije a vreme za koje se taj proces obavi naziva se vreme komutacije ili, ako se izrazi u ugaonim jedinicama, ugao komutacije.

Uticao fluksa rasipanja može se predstaviti tako što će se na red sa krajnjim izvodima transformatora postaviti odgovarajuće prigušnice koje se nazivaju komutacione prigušnice. Zanimajući otpor provodnika namotaja, impedansa komutacionih prigušnica odgovara impedansi kratkog spoja transformatora svedenoj na sekundarni namotaj ( $X_k$ ). Način određivanja inuktivnosti komutacionih prigušnica zavisi od konstrukcije transformatora.

Ako su namotaji sekundara razdvojeni tako da ne postoji magnetna sprega između inuktivnosti rasipanja pojedinih namotaja, onda se inuktivnosti pojedinih komutacionih prigušnica mogu odrediti na dva načina: merenjem impedanse kratkog spoja odgovarajućih namotaja kako je to prikazano na slici 2.8.a) ili merenjem impedanse kratkog spoja celog namotaja, sekundara, čime se dobija dvostruka vrednost impedanse komutacione prigušnice. Međutim, ako su namotaji sekundara smešteni jedan pored drugog, onda su inuktivnosti rasipanja magnetno spregnute. Merenjem impedanse kratkog spoja jednog

namotaja sekundara dobija se u stvari impedansa magnećenja transformatora koga čine dve magnetno spregnute induktivnosti rasipanja, dok se merenjem impedanse kratkog spoja celog namotaja sekundara kako je to prikazano na slici 2.8.b) dobija četiri puta veća vrednost jer se na istom magnetnom kolu nalazi dvostruko više navojaka (induktivnost je srazmerna kvadratu broja navojaka), pa su impedanse ekvivalentnih komutacionih prigušnica jednake dvostrukojoj vrednosti impedanse kratkog spoja jednog namotaja transformatora. Isti zaključak može se izvesti posmatrajući fluks rasipanja transformatora. Kada induktivnosti rasipanja nisu magnetno spregnute, onda prebacivanje struje iz jednog u drugi namotaj transformatora podrazumeva da se fluks kroz jednu induktivnost rasipanja smanji od vrednosti koja odgovara struji opterećenja do nule, odnosno da se, istovremeno, fluks kroz drugu induktivnost rasipanja uspostavi na vrednost koja odgovara struji opterećenja. Kada su induktivnosti rasipanja magnetno spregnute, prebacivanjem struje iz jednog u drugi namotaj transformatora, fluks rasipanja menja smer, što je dvostruko veća promena fluksa. Kada se induktivnost rasipanja predstavi pomoću dve prigušnice koje nisu magnetno spregnute, onda one imaju dvostruko veću impedansu od impedanse magnećenja transformatora koga čine dve magnetno spregnute komutacione prigušnice.



**Sl. 2.8. Merenje induktivnosti rasipanja transformatora.**

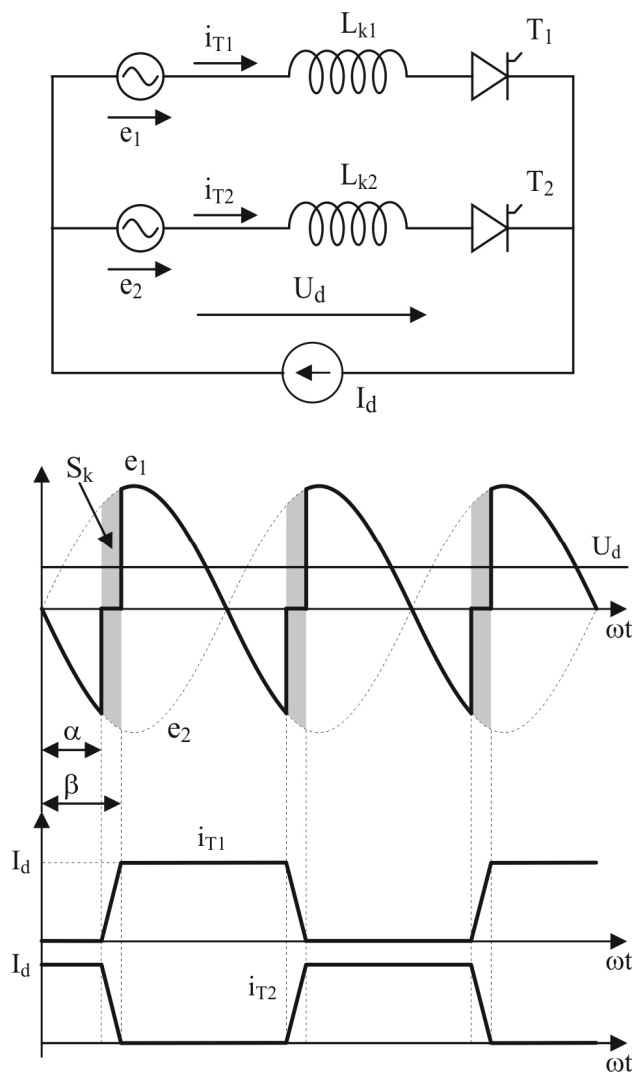
Na slici 2.9. prikazana je ekvivalentna šema dvofaznog jednostranog ispravljača sa komutacionim prigušnicama, dobijena preslikavanjem izvora napajanja na sekundarne namotaje transformatora, tako da je:

$$e_1(t) = -e_2(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t). \quad (2.15)$$

Pretpostavimo da tiristor  $T_2$  provodi struju opterećenja, a da je tiristor  $T_1$  isključen. U trenutku  $\omega t = \alpha$  pali se tiristor  $T_1$ , tako da sada provode oba tiristora, pa je struja opterećenja jednaka zbiru struja tiristora:

$$I_d = i_{T1} + i_{T2}. \quad (2.16)$$

Diferenciranjem ovog izraza i množenjem sa  $L_k$  dobija se:



Sl. 2.9. Uticaj komutacionih prigušnica na rad ispravljača.

$$L_{k1}i'_{T1} = -L_{k2}i'_{T2} \Rightarrow u_{k1} = -u_{k2}, \quad (2.17)$$

odakle sledi da su naponi na komutacionim prigušnicama jednaki i suprotnog znaka. Osim toga je i:

$$e_1 - u_{k1} = e_2 - u_{k2} \Rightarrow u_{k1} = e_1; u_{k2} = e_2; U_d = 0. \quad (2.18)$$

Struja kroz prigušnicu  $L_{k1}$  raste pod dejstvom pozitivnog napona  $e_1$  a struja kroz prigušnicu  $L_{k2}$  opada pod dejstvom negativnog napona  $e_2$ , dok je napon na opterećenju jednak nuli.

Brzina promene struje kroz prigušnicu je određena priključenim naponom:

$$L \frac{di}{dt} = e, \quad (2.19)$$

odakle sledi da je priraštaj struje kroz prigušnicu srazmeran površini priključenog napona:

$$L di = e dt \quad \Rightarrow \quad L \Delta i = \int_{t_1}^{t_2} e dt. \quad (2.20)$$

Priraštaj struje kroz obe komutacione prigušnice jednak je i iznosi  $I_d$ , s tim što struja kroz prigušnicu  $L_{k1}$  raste od 0 do  $I_d$  a struja kroz prigušnicu  $L_{k2}$  opada od  $I_d$  do 0. Zbog toga je komutaciona površina:

$$S_k = L_k I_d = \int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\beta}{\omega}} \sqrt{2} E \sin(\omega t) dt = \frac{\sqrt{2} E}{\omega} [\cos(\alpha) - \cos(\beta)], \quad (2.21)$$

odnosno:

$$\cos(\beta) = \cos(\alpha) - \frac{X_k I_d}{\sqrt{2} E}, \quad (2.22)$$

odakle se može odrediti ugao komutacije:  $\mu = \beta - \alpha$ . U trenutku  $\omega t = \beta$  struja kroz prigušnicu  $L_{k2}$  opada na nulu i tiristor  $T_2$  prestaje da provodi. Sva struja opterećenja sada protiče kroz tiristor  $T_1$ , a s obzirom na to da je ona konstantna, pad napona na prigušnici  $L_{k1}$  biće jednak nuli, pa će napon na opterećenju biti jednak naponu generatora  $e_1$ , a tiristor  $T_2$  biće inverzno polarisan naponom  $e_1 - e_2$ .

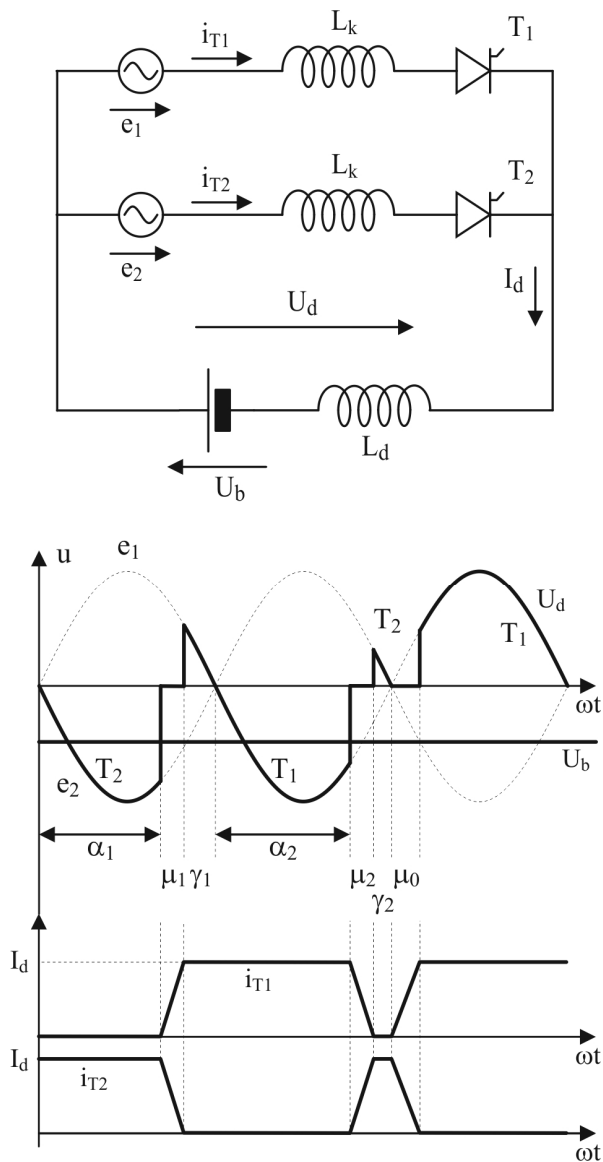
Ako se uzme u obzir da je u toku komutacije, napon na opterećenju jednak nuli i da se u svakoj poluperiodi obavi po jedna komutacija, izraz za srednju vrednost napona na opterećenju (2.2) treba umanjiti za srednju vrednost komutacionih površina  $S_k$ , tako da je:

$$U_d = \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha) - 2 \frac{L_k I_d}{T} = \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha) - \frac{X_k I_d}{\pi}. \quad (2.23)$$

## Invertorski limit

Pretpostavimo da se dvofazni jednostrani ispravljač koristi u invertorskom režimu rada tako da se energija iz opterećenja vraća u izvor napajanja (rekuperativno kočenje motora za jednosmernu struju ili pražnjenje akumulatorske baterije), kao što je to prikazano na slici 2.10. U ustaljenom stanju srednja vrednost napona na prigušnici vezanoj na red sa opterećenjem ( $L_d$ ) mora biti jednaka nuli, tako da je:





Sl. 2.10. Vreme odmora tiristora i invertorski limit.

$$U_d = -U_b = \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha) - \frac{X_k I_d}{\pi}, \quad (2.24)$$

odnosno, srednja vrednost napona na izlazu ispravljača mora biti negativna, što se postiže uglom paljenja većim od  $90^\circ$ .

Takođe, pretpostavimo da je induktivnost prigušnice  $L_d$  dovoljno velika da se može zanemariti naizmenična komponenta struje opterećenja. Na slici 2.10. prikazana su dva

moгуća redosleda događaja u kolu, zavisno od vrednosti ugla paljenja i struje opterećenja. U normalnom radu, u periodu  $\omega t = 0 \dots \alpha_1$  provodi samo tiristor  $T_2$ . U trenutku  $\omega t = \alpha_1$  pali se tiristor  $T_1$  i započinje komutacija između tiristora  $T_2$  i  $T_1$ . Po završetku komutacije prestaje da provodi tiristor  $T_2$  i postaje inverzno polarisan naponom  $u_{T21} = e_1 - e_2$ . Tiristor  $T_2$  će biti inverzno polarisan do kraja poluperiode, tako da će vreme inverzne polarizacije biti:

$$t_0 = \frac{\gamma_1}{\omega} = \frac{\pi - (\alpha_1 + \mu_1)}{\omega}, \quad (2.25)$$

gde je prema (2.22):

$$\alpha_1 + \mu_1 = \cos^{-1} \left[ \cos(\alpha_1) - \frac{X_k I_d}{\sqrt{2} E} \right]. \quad (2.26)$$

Ako je vreme inverzne polarizacije tiristora dovoljno dugo ( $t_0 > t_q$ ), tiristor  $T_2$  će preći u neprovodno stanje, tako da neće ponovo provesti na početku sledeće poluperiode kada postaje direktno polarisan. Ako se poveća ugao paljenja ( $\alpha_2$ ) ili ako se zbog povećanja struje opterećenja poveća ugao komutacije ( $\mu_2$ ), smanjiće se ugao inverzne polarizacije tiristora. U slučaju da je  $\gamma_2 < \omega t_q$ , vreme inverzne polarizacije tiristora  $T_1$  će biti nedovoljno za njegovo gašenje, tako da će on ponovo provesti na početku sledeće poluperiode kada postane direktno polarisan. U periodu  $\mu_0$  obaviće se komutacija između tiristora  $T_1$  i  $T_2$ , tako da će po isteku komutacije dalje provoditi samo tiristor  $T_1$  a napon na izlazu ispravljača će promeniti smer, što će dovesti do naglog povećanja struje  $i$ , verovatno, do havarije ispravljača. Zbog opisanih problema ugao paljenja tiristora mora se ograničiti na vrednost manju od  $180^\circ$ , tako da je u svim uslovima rada ispunjen uslov:

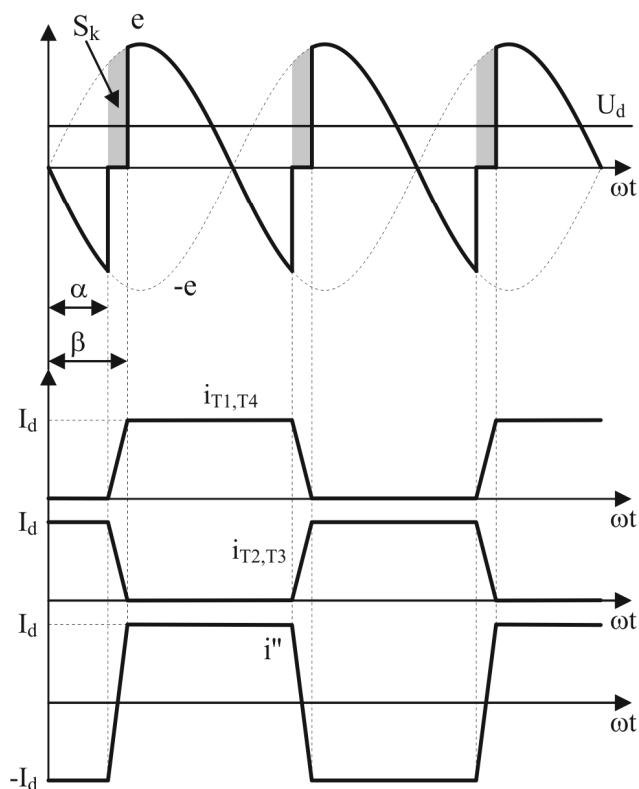
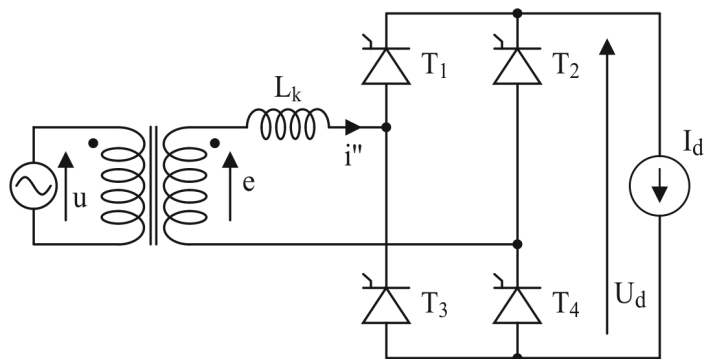
$$\frac{\pi - (\alpha + \mu)}{\omega} \geq t_0, \quad (2.27)$$

gde je  $t_0$  predviđeno vreme inverzne polarizacije koje obezbeđuje sigurno gašenje tiristora. Ovo ograničenje ugla paljenja naziva se invertorski limit.

## 2.3. Monofazni mosni ispravljač

---

U odeljku 2.1. pokazano je da se mosna sprega dobija transformacijom dva redno vezana dvofazna jednostrana ispravljača. Zbog toga su osobine ove dve sprege ispravljača slične, pa će se u daljem razmatranju posvetiti pažnja samo detaljima koji ih razlikuju.



**Sl. 2.11. Monofazni mosni ispravljač.**

Na slici 2.11. prikazan je monofazni mosni ispravljač sa relevantnim talasnim oblicima napona i struja. Da bi se, kod ovako formiranog ispravljača, opterećenje predstavljeno strujnim ponorom  $I_d$  priključilo na sekundar mrežnog transformatora, potrebno je da se po isteku ugla paljenja „ $\alpha$ “, istovremeno uključe dva tiristora i to u pozitivnoj poluperiodi napona na sekundaru transformatora tiristori  $T_1$  i  $T_4$ , a u negativnoj poluperiodi tiristori  $T_2$  i  $T_3$ . Pre nego što se, u trenutku  $\omega t = \alpha$ , uključe tiristori  $T_1$  i  $T_4$ ,

provode tiristori  $T_2$  i  $T_3$ , a struja kroz sekundarni namotaj transformatora ima vrednost  $i'' = -I_d$ .

## Komutacija u monofaznom mosnom ispravljaču

Ako se pretpostavi da su sva četiri tiristora istih karakteristika, uključanjem tiristora  $T_1$  i  $T_4$ , u trenutku  $\omega t = \alpha$ , počinju da provode sva četiri tiristora. Razlika potencijala priključnih tačaka naizmeničnog napona ( $u_{AB}$  slika 2.12.) postaje jednaka nuli, a napon na prigušnici postaje jednak naponu na sekundaru transformatora. Pod dejstvom tog napona intenzitet struje kroz komutacionu prigušnicu ( $i''$ ) počinje da opada a razlika između struje opterećenja i struje komutacione prigušnice se ravnomerno raspoređuje u dve paralelne grane koje čine tiristori  $T_1$  i  $T_3$  ( $i_{13}$ ) i tiristori  $T_2$  i  $T_4$  ( $i_{24}$ ), što je prikazano na slici 2.12. Talasni oblik struje kroz komutacionu prigušnicu je opisan sa:

$$L_k \frac{di''}{dt} = \sqrt{2}E \sin(\omega t), \quad (2.28)$$

$$i'' = \int \frac{\sqrt{2}E}{L_k} \sin(\omega t) dt = -\frac{\sqrt{2}E}{L_k \omega} \cos(\omega t) + C. \quad (2.29)$$

Integraciona konstanta „C“ određuje se iz početnog uslova  $i''(\alpha + k\pi) = (-1)^{k+1} I_d$ :

$$C = (-1)^{k+1} I_d + \frac{\sqrt{2}E}{L_k \omega} \cos(\alpha + k\pi), \quad (2.30)$$

pa je:

$$i'' = \frac{\sqrt{2}E}{L_k \omega} [\cos(\alpha + k\pi) - \cos(\omega t)] + (-1)^{k+1} I_d. \quad (2.31)$$

U periodu u kome se struja sekundara transformatora menja od  $i'' = I_d$  do  $i'' = 0$  (slika 2.12.a), izrazi za struje pojedinih tiristora su:

$$i_1 = i_4 = i_{13} = i_{24} = \frac{I_d - i''}{2}, \quad (2.32)$$

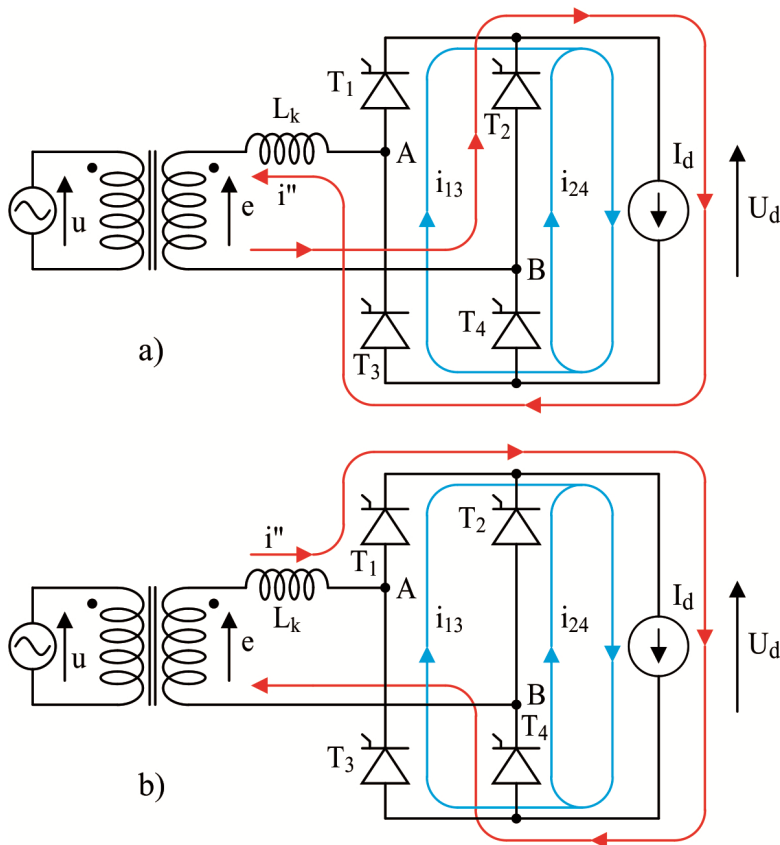
$$i_2 = i_3 = i'' + i_{24} = i'' + i_{13} = \frac{I_d + i''}{2}. \quad (2.33)$$

Kada struja sekundara transformatora promeni smer (slika 2.12.b), ovi izrazi postaju:

$$i_1 = i_4 = i'' + i_{13} = i'' + i_{24} = \frac{I_d + i''}{2}, \quad (2.34)$$

$$i_2 = i_3 = i_{24} = i_{13} = \frac{I_d - i''}{2}, \quad (2.35)$$

gde se struja sekundara transformatora menja od  $i'' = 0$  do  $i'' = I_d$ . Na kraju komutacionog perioda, kada struja sekundara transformatora dostigne vrednost struje opterećenja, struja kroz tiristore  $T_2$  i  $T_3$  postaje jednaka nuli, dok struja kroz tiristore  $T_1$  i  $T_4$  postaje jednaka struji opterećenja.



**Sl. 2.12. Komutacija monofaznog mosnog ispravljača.**

U periodu komutacije napon na opterećenju približno je jednak nuli jer bar u jednoj grani mosta provode oba tiristora. Ako se ima u vidu da se u periodu komutacije struja kroz komutacionu prigušnicu promeni od  $i'' = -I_d$  do  $i'' = I_d$ , odnosno da je ukupna promena struje  $\Delta I = 2I_d$ , komutaciona površina ( $S_k$ ) može se izraziti kao:

$$S_k = L_k \cdot 2I_d = \int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\beta}{\omega}} \sqrt{2}E \sin(\omega t) dt = \frac{\sqrt{2}E}{\omega} [\cos(\alpha) - \cos(\beta)]. \quad (2.36)$$

Ugao komutacije ( $\mu = \beta - \alpha$ ) može se odrediti iz izraza:

$$\cos(\beta) = \cos(\alpha) - \frac{2X_k I_d}{\sqrt{2E}}. \quad (2.37)$$

Srednja vrednost napona na opterećenju je:

$$U_d = \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha) - \frac{2S_k}{T} = \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha) - \frac{4L_k I_d}{T}. \quad (2.38)$$

Smenom  $T=2\pi/\omega$  dobija se:

$$U_d = \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha) - \frac{2X_k I_d}{\pi}. \quad (2.39)$$

Upoređujući ove izraze sa odgovarajućim izrazima za dvofazni jednostrani ispravljač (2.22) i (2.23), vidi se da je kod mosnog ispravljača komutaciona površina dvostruko veća zbog dvostruko veće promene struje kroz komutacionu prigušnicu.

## Dimenzionisanje transformatora

Talasni oblik struje sekundara transformatora ( $i''$ ) prikazan je na slici 2.11. Zanemarujući komutaciju, efektivna vrednost ove struje je  $I'' = I_d$ . Struja primara transformatora ima isti talasni oblik a s obzirom na to da je odnos amplituda struje sekundara i primara transformatora jednak prenosnom odnosu transformatora, efektivna vrednost struje primara transformatora iznosi  $I' = I_d/m$ , pa je snaga na koju treba dimenzionisati transformator:

$$S = S' = S'' = EI_d. \quad (2.40)$$

Maksimalna snaga kojom se energija prenosi opterećenju postiže se onda kada je najveći napon na opterećenju, odnosno za ugao paljenja tiristora  $\alpha = 0$ , i iznosi:

$$P_0 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot EI_d. \quad (2.41)$$

Odnos snage na koju je potrebno dimenzionisati transformator i maksimalne snage kojom se energija može prenositi opterećenju je:

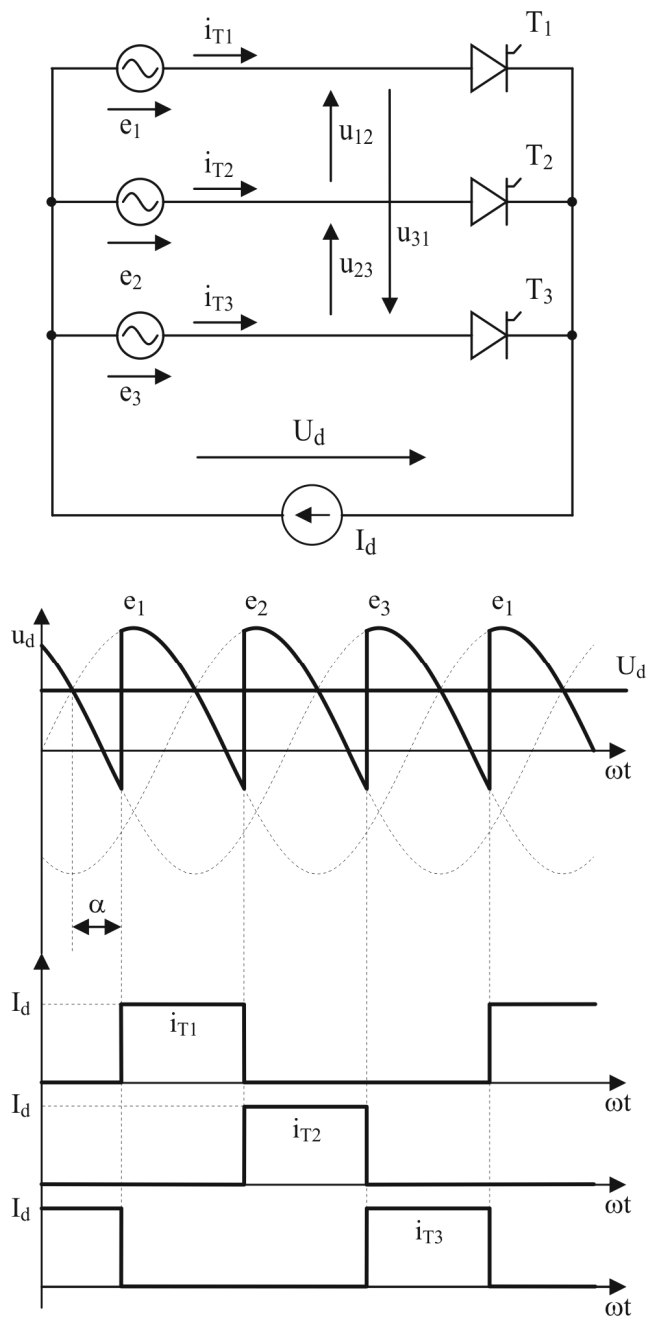
$$\frac{S}{P_0} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11. \quad (2.42)$$

Iz ovog izraza se vidi da se transformator mora dimenzionisati na 11% veću snagu od maksimalne snage kojom se energija može prenositi opterećenju. Upoređenjem ovog

---

izraza sa izrazom za dvofazni jednostrani ispravljač (2.12) vidi se da je kod monofaznog mosnog ispravljača znatno bolje iskorišćenje transformatora.

## 2.4. Trofazni jednostrani ispravljač



Sl. 2.13. Trofazni jednostrani ispravljač.



Na slici 2.13. prikazan je trofazni jednostrani ispravljač, što je ujedno i najjednostavniji trofazni ispravljač. Opterećenje je preko tri tiristora vezano na tri generatora koji čine simetričan trofazni sistem. Ugao paljenja tiristora definiše se kao vreme (izraženo u ugaonim jedinicama) koje protekne od trenutka kada tiristor postane direktno polarisan do trenutka kada dobije impuls za paljenje, usled čega prelazi u provodno stanje. Prema prikazanom talasnom obliku faznih napona trofaznog sistema na slici 2.13., vremenski redosled ovih napona je  $e_1, e_2, e_3, e_1, \dots$ , zbog čega je i vremenski redosled paljenja tiristora  $T_1, T_2, T_3, T_1, \dots$ , pri čemu svaki od tiristora provodi po  $120^\circ$ . Dakle, pre nego što se uključi tiristor  $T_1$  – provodi tiristor  $T_3$ . Stoga se, u odnosu na nulti provodnik, katoda tiristora  $T_1$  nalazi na potencijalu  $e_3$ , dok je njegova anoda na potencijalu  $e_1$ . Tiristor  $T_1$  postaje direktno polarisan u trenutku kada fazni napon  $e_1$  postaje veći od faznog napona  $e_3$ , što je trenutak od koga se računa ugaon paljenja ovog tiristora.

Talasni oblici napona i struja prikazani na slici 2.13., podrazumevaju idealan trofazni jednostrani ispravljač kod koga se smatra da je induktivnost prigušnice u jednosmernom kolu dovoljno velika da se može zanemariti naizmenična komponenta struje opterećenja, pa se opterećenje može smatrati strujnim ponorom. Osim toga, smatra se da trofazni izvor napajanja čine idealni generatori i da je induktivnost komutacionih prigušnica jednaka nuli. Uz ove pretpostavke srednja vrednost napona na opterećenju trofaznog jednostranog ispravljača je:

$$U_d = \frac{3}{2\pi} \int_{\alpha + \frac{\pi}{6}}^{\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}} \sqrt{2}E \sin(x) dx = \frac{3\sqrt{2}E}{2\pi} \cos(x) \Big|_{\alpha + \frac{\pi}{6}}^{\alpha + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}} = \frac{3\sqrt{6}E}{2\pi} \cos(\alpha). \quad (2.43)$$

Analizom talasnih oblika struja pojedinih tiristora, odnosno struja kroz pojedine generatore trofaznog izvora napajanja, uočava se postojanje jednosmerne komponente ovih struja. Vrednost jednosmerne komponente struje iznosi  $I_d/3$ , jer svaki tiristor provodi struju  $I_d$  u toku jedne trećine periode. Jednosmerna komponenta struje, kao i viši harmonici struje, ne doprinose prenosu energije iz izvora ka opterećenju, već samo nepotrebno opterećuje elemente sistema za distribuciju električne energije što predstavlja veliki nedostatak trofaznih jednostranih ispravljača.

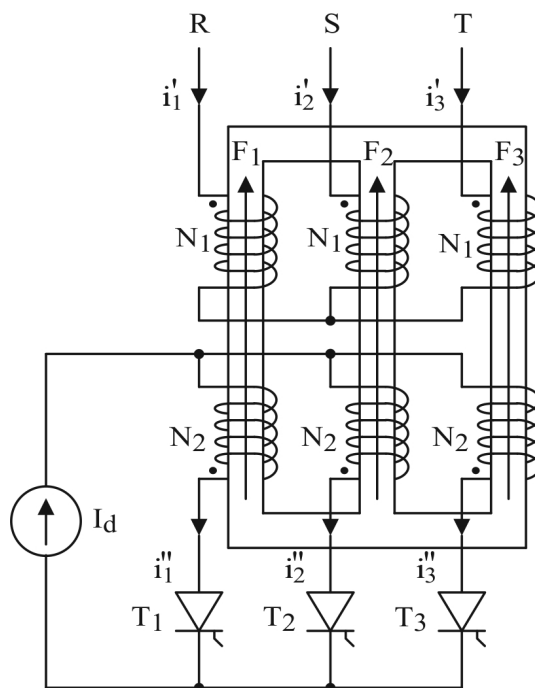
Ispravljači se, sem u retkim slučajevima, na mrežni napon priključuju preko transformatora. Za priključenje trofaznih ispravljača na mrežu stoje na raspolaganju razne trofazne sprege transformatora. U daljem izlaganju će biti analiziran uticaj sprege transformatora na struju koja se uzima iz mreže. Da bi se izbegle neke nedoumice, potrebno je osvrnuti se na definiciju trofaznog izvora napajanja.

U nekim oblastima energetike pod pojmom „fazni napon“ podrazumeva se napon na jednoj fazi potrošača. Vrednost tako definisanog faznog napona zavisi od sprege potrošača. Ako se opterećenje poveže u zvezdu, efektivna vrednost napona na jednoj fazi potrošača jednaka je efektivnoj vrednosti razlike potencijala faznog provodnika i referentnog nultog potencijala (potencijal nultog provodnika). Kod ove sprege efektivna vrednost faznog napona je  $\sqrt{3}$  puta manja od efektivne vrednosti linijskog (međufaznog) napona.

Ako se opterećenje poveže u trougao, efektivna vrednost napona na jednoj fazi potrošača jednaka je efektivnoj vrednosti razlike potencijala dva fazna provodnika, što je efektivna vrednost linijskog napona. Ova definicija faznog napona ne može se koristiti pri

analizi trofaznih ispravljača jer ne postoji trofazno opterećenje koje se priključuje na trofazni mrežni napon, već se jednosmerno opterećenje preko prekidačke matrice priključuje na pogodne napone trofaznog sistema izvora napajanja. Stoga se, pri analizi energetskih pretvarača, pod pojmom „fazni napon“ uvek podrazumeva razlika potencijala faznog provodnika i referentnog nultog potencijala (potencijal nultog provodnika). Dakle, efektivna vrednost faznog napona uvek je  $\sqrt{3}$  puta manja od efektivne vrednosti linijskog (međufaznog) napona bez obzira na spregu elemenata kola. Trenutna i efektivna vrednost faznog napona obeležavaju se sa „ $e(t)$ “ odnosno „ $E$ “ dok se trenutna i efektivna vrednost linijskog napona obeležavaju sa „ $u(t)$ “ odnosno „ $U$ “.

## Spektar struje koja se uzima iz mreže



**Sl. 2.14.** Trofazni jednostrani ispravljač priključen na mrežu preko trofaznog transformatora u sprezi  $Yy_0$

Na slici 2.14. prikazan je trofazni jednostrani ispravljač priključen na mrežu preko trofaznog transformatora u sprezi  $Yy_0$ .

Struje kroz primarne namotaje transformatora mogu se odrediti iz uslova da je zbir magnetopobudnih sila po zatvorenom magnetnom putu jednak nuli. Ako se zanemari struja magnećenja transformatora, izjednačavanjem magnetopobudnih sila za levi i srednji stub dobija se:

$$N_1 i_1' - N_2 i_1'' = N_1 i_2' - N_2 i_2'' . \quad (2.44)$$

Izjednačavanjem magnetopobudnih sila za levi i desni stub dobija se:

$$N_1 i_1' - N_2 i_1'' = N_1 i_3' - N_2 i_3'' . \quad (2.45)$$

Pisanjem jednačina jednakosti magnetopobudnih sila za srednji i desni stub transformatora dobila bi se treća jednačina koja je linearna kombinacija prethodne dve pa se ta jednačina ne može iskoristiti za određivanje struja primara transformatora. Kao treća jednačina može se iskoristiti činjenica da je zbir struja primara transformatora jednak nuli:

$$i_1' + i_2' + i_3' = 0 . \quad (2.46)$$

Ako se kao prenosni odnos transformatora uzme odnos brojeva navojaka primarnih i sekundarnih namotaja transformatora ( $m = N_1/N_2$ ), rešavanjem prethodne tri jednačine dobija se:

$$i_1' = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2i_1'' - i_2'' - i_3''), \quad (2.47)$$

$$i_2' = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2i_2'' - i_1'' - i_3''), \quad (2.48)$$

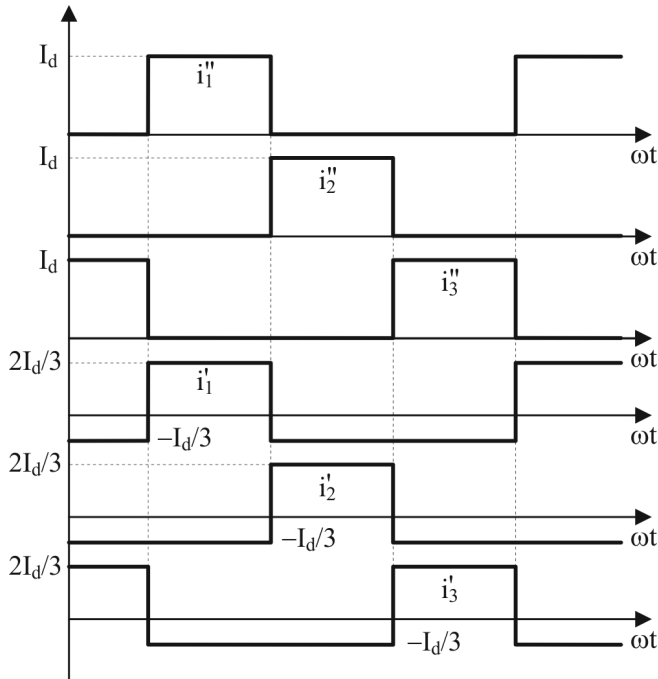
$$i_3' = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2i_3'' - i_1'' - i_2''), \quad (2.49)$$

što je prikazano na slici 2.15., uz pretpostavku da je  $m = 1$ .

Do talasnih oblika struja kroz primarne namotaje transformatora moglo se doći i na drugi način. Posmatranjem talasnog oblika struja sekundara transformatora, uočava se postojanje jednosmerne komponente struje koja iznosi  $I_d/3$ . Ova jednosmerna komponenta ne može se preneti kroz transformator, pa se talasni oblik struje kroz primarne namotaje transformatora dobija oduzimanjem jednosmerne komponente od odgovarajućih struja kroz sekundarne namotaje, i deljenjem amplituda prenosnim odnosom transformatora.

Jednosmerna komponenta struje kroz sekundarne namotaje transformatora izaziva stalnu magnetopobudnu silu u sva tri stuba transformatora ( $F_1$ ,  $F_2$  i  $F_3$  slika 2.14.). Ove magnetopobudne sile izazivaju fluks, tzv. fluks prinudnog magnećenja koji se ne može zatvoriti unutar transformatora već se zatvara oko jezgra: kroz vazduh, delove transformatorskog suda i dr. Fluks prinudnog magnećenja, koji iznosi oko 25% osnovnog fluksa, nekorisno zasićuje magnetno kolo koje mora imati povećane dimenzije da ne bi došlo do zasićenja magnetnog kola transformatora.

Ako se koordinatni početak na slici 2.13. postavi u trenutak  $60^\circ$  posle paljenja tiristora  $T_1$ , talasni oblik struje ovog tiristora predstavljaće parnu funkciju pa se ova funkcija može predstaviti Furijeovim redom oblika:



Sl. 2.15. Talasni oblici struja primara i sekundara transformatora.

$$i_{T1}(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t), \quad (2.50)$$

gde je  $I_0 = I_d/3$  a k-ti harmonik ima amplitudu:

$$A_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i_{T1}(x) \cdot \cos(kx) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} I_d \cdot \cos(kx) dx = \frac{2I_d}{k\pi} \sin\left(k \frac{\pi}{3}\right). \quad (2.51)$$

Iz prethodnog izraza vidi se da su harmonici čija je učestanost  $3n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) puta veća od mrežne učestanosti jednaki nuli. Efektivna vrednost struje osnovnog harmonika je:

$$I_1 = \frac{I_d}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}}. \quad (2.52)$$

Osnovni harmonik struje tiristora  $T_1$  kasni za faznim naponom  $e_1$  za ugao paljenja „ $\alpha$ “. U ustaljenom stanju, ako se zanemare gubici, snaga kojom se energija uzima iz mreže mora biti jednaka snazi kojom se energija troši na opterećenju:

$$P = 3E \frac{I_d}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \cos(\alpha) = I_d \cdot \frac{3\sqrt{6}E}{2\pi} \cos(\alpha) = I_d \cdot U_d, \quad (2.53)$$

odakle sledi izraz za srednju vrednost napona na opterećenju izveden u (2.43).

## Dimenzionisanje transformatora

Sa slike 2.15. vidi se da se talasni oblici struja kroz primarne i sekundarne namotaje transformatora razlikuju. Ova razlika potiče od toga što struja kroz sekundarne namotaje transformatora ima jednosmernu komponentu koja ne utiče na struju primara transformatora. Zbog različitog harmonijskog sastava ovih struja odnos njihovih efektivnih vrednosti neće biti isti kao odnos brojeva navojaka primarnih i sekundarnih namotaja transformatora. Efektivna vrednost struje kroz sekundarne namotaje transformatora je:

$$I'' = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{3}} I_d^2 dt} = \frac{I_d}{\sqrt{3}}. \quad (2.54)$$

Efektivna vrednost struje kroz primarne namotaje transformatora je:

$$I' = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{3}} \left( \frac{2}{3} \frac{1}{m} I_d \right)^2 dt + \frac{1}{T} \int_{\frac{T}{3}}^T \left( -\frac{1}{3} \frac{1}{m} I_d \right)^2 dt} = \frac{\sqrt{2} I_d}{3m}, \quad (2.55)$$

gde je „m“ prenosni odnos transformatora definisan kao  $m = N_1/N_2$ . Snaga na koju treba dimenzionisati transformator je srednja vrednost prividnih snaga primara i sekundara:

$$S = \frac{1}{2} (S' + S'') = \frac{1}{2} \left( 3mE \frac{\sqrt{2} I_d}{3m} + 3E \frac{I_d}{\sqrt{3}} \right) = EI_d \cdot \left( \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} \right). \quad (2.56)$$

Maksimalna snaga kojom se energija prenosi opterećenju postiže se onda kada je najveći napon na opterećenju, odnosno za ugao paljenja tiristora  $\alpha = 0$ . Prema (2.43) ova snaga iznosi:

$$P_0 = \frac{3\sqrt{6}}{2\pi} \cdot EI_d. \quad (2.57)$$

Odnos snage na koju je potrebno dimenzionisati transformator i maksimalne snage kojom se energija može prenositi opterećenju je:

$$\frac{S}{P_0} = \frac{2\pi}{3\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} = 1,34. \quad (2.58)$$

Iz ovog izraza se vidi da se transformator mora dimenzionisati na 34% veću snagu od maksimalne snage kojom se energija može prenositi opterećenju. To je posledica

harmonijskih izobličenja struje kroz namotaje transformatora, odnosno postojanja harmonika koji ne prenose energiju ali utiču na povećanje efektivne vrednosti struje. Kada se ispravljač direktno priključi na mrežu, ukupna harmonijska izobličenja struje koja se uzima iz mreže su:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^n I_k^2}}{I} = \sqrt{\frac{I^2 - I_1^2}{I^2}} = \sqrt{1 - \frac{I_1^2}{I^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{\pi \cdot \sqrt{2}}\right)^2} = 73,8\% . \quad (2.59)$$

## Faktor snage ispravljača

Faktor snage ispravljača je:

$$\lambda = \frac{P}{S'} = \frac{\left| \frac{3\sqrt{6}}{2\pi} E I_d \cos(\alpha) \right|}{3mE \frac{\sqrt{2} I_d}{3m}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} |\cos(\alpha)| = 0,83 \cdot |\cos(\alpha)| . \quad (2.60)$$

Dakle, zbog harmonijskih izobličenja struje koja se uzima iz mreže, faktor snage ispravljača opada na vrednost 0,83. Dodatno smanjenje faktora snage posledica je faznog pomeraja struje osnovnog harmonika u odnosu na mrežni napon za ugao paljenja „ $\alpha$ “.

## Uticao inductivnosti rasipanja transformatora

Prethodna analiza trofaznog jednostranog ispravljača vršena je uz zanemarivanje svih impedansi u kolu ispravljača. Za detaljnu analizu komutacionih procesa moraju se uzeti u obzir impedanse preko kojih je ispravljač priključen na mrežni napon, bilo da su to impedanse rasipanja transformatora ili komutacione prigušnice preko kojih se ispravljač vezuje direktno na mrežu. Na slici 2.16. prikazana je ekvivalentna šema trofaznog jednostranog ispravljača koji je preko komutacionih prigušnica ( $L_k$ ) priključen na mrežni napon, kao i talasni oblici napona na opterećenju i struja pojedinih tiristora.

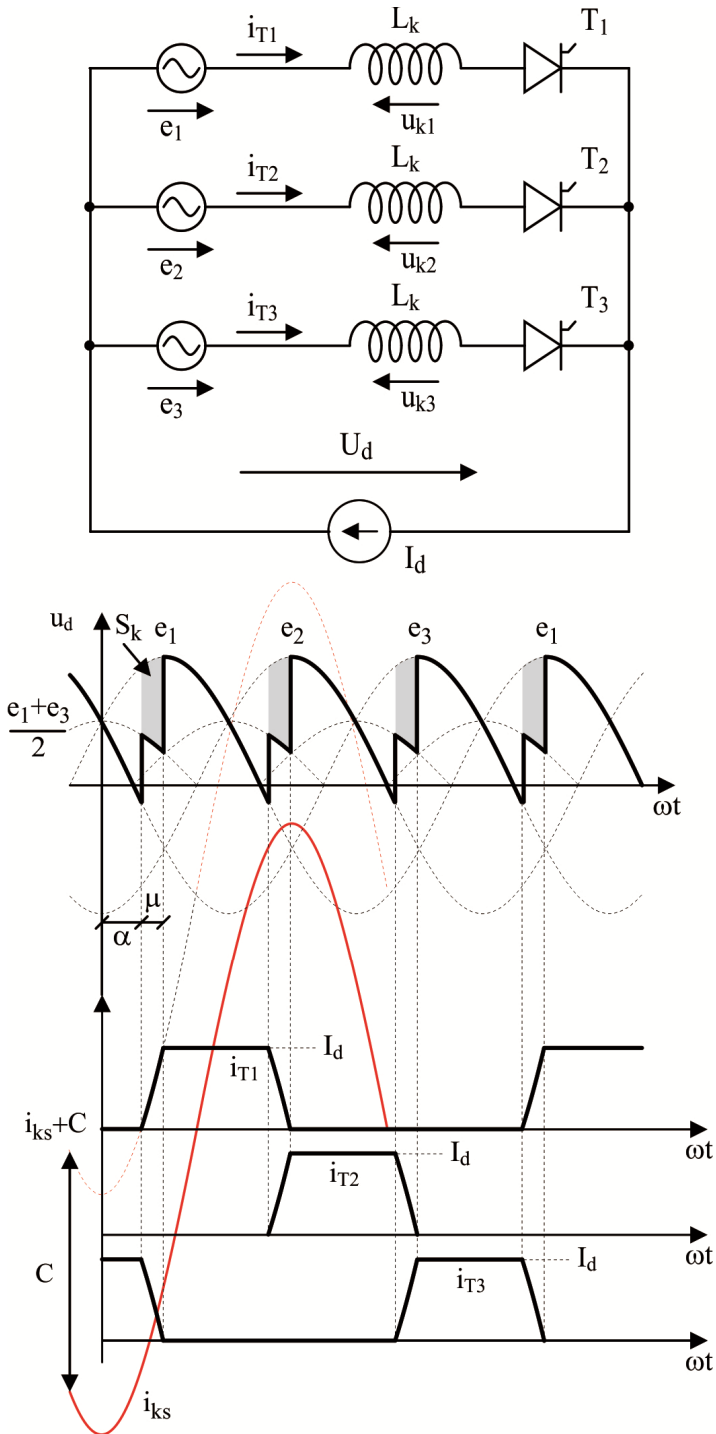
Pre nego što se, u trenutku  $\omega t = \alpha$ , uključi tiristor  $T_1$ , struju opterećenja provodi tiristor  $T_3$ . Kada se uključi tiristor  $T_1$ , struju opterećenja provode tiristori  $T_1$  i  $T_3$  pa je:

$$I_d = i_{T1} + i_{T3} . \quad (2.61)$$

Diferenciranjem ovog izraza i množenjem sa  $L_k$  dobija se:

$$L_k i'_{T3} = -L_k i'_{T1} \Rightarrow u_{k3} = -u_{k1} , \quad (2.62)$$

dakle, naponi na komutacionim prigušnicama su jednaki i suprotnog znaka. Osim toga je i:



Sl. 2.16. Proces komutacije trofaznog jednostranog ispravljača.

$$e_1 - u_{k1} = e_3 - u_{k3}. \quad (2.63)$$

Iz (2.62) i (2.63) dobija se da je napon na komutacionoj prigušnici jednak polovini međufaznog napona:

$$u_{k1} = L_k i'_{T1} = \frac{e_1 - e_3}{2} = \frac{u_{13}}{2} = \frac{\sqrt{6}E}{2} \sin(\omega t), \quad (2.64)$$

odakle sledi da struja tiristora ima oblik struje međufaznog kratkog spoja transformatora ( $i_{ks}$ ) na koju treba dodati jednosmernu komponentu (integraciona konstanta „C“) da bi bio zadovoljen početni uslov ( $i_{T1}(\alpha) = 0$ ):

$$i_{T1} = i_{ks} + C = \frac{1}{L_k} \int \frac{\sqrt{6}E}{2} \sin(\omega t) dt + C = -\frac{\sqrt{6}E}{2L_k\omega} \cos(\omega t) + C. \quad (2.65)$$

Integraciona konstanta „C“ dobija se iz početnog uslova:

$$i_{T1}(\alpha) = 0 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\sqrt{6}E}{2X_k} \cos(\alpha), \quad (2.66)$$

odakle sledi da je:

$$i_{T1} = \frac{\sqrt{6}E}{2X_k} [\cos(\alpha) - \cos(\omega t)]. \quad (2.67)$$

Trenutak završetka komutacije ( $\beta = \alpha + \mu$ ) određen je izrazom:

$$i_{T1}(\beta) = I_d \quad \Rightarrow \quad \cos(\beta) = \cos(\alpha) - \frac{2X_k I_d}{\sqrt{6}E}. \quad (2.68)$$

Isti izraz dobija se iz uslova da je priraštaj struje kroz prigušnicu srazmeran površini priključenog napona:

$$L_k di_{T1} = u_{k1} dt \quad \Rightarrow \quad L_k \Delta I = \int_{t_1}^{t_2} u_{k1} dt. \quad (2.69)$$

Priraštaj struje kroz obe komutacione prigušnice jednak je i iznosi  $I_d$ , s tim što struja kroz prigušnicu  $L_{k1}$  raste od 0 do  $I_d$ , a struja kroz prigušnicu  $L_{k3}$  opada od  $I_d$  do 0. Zbog toga je komutaciona površina:

$$S_k = L_k I_d = \int \frac{\beta}{\omega} \frac{1}{2} \sqrt{6}E \sin(\omega t) dt \quad \Rightarrow \quad \cos(\beta) = \cos(\alpha) - \frac{2X_k I_d}{\sqrt{6}E}. \quad (2.70)$$



U trenutku  $\omega t = \beta$  struja kroz prigušnicu  $L_{k3}$  opada na nulu i tiristor  $T_3$  prestaje da provodi. Sva struja opterećenja sada teče kroz tiristor  $T_1$ , a s obzirom na to da je ona konstantna, pad napona na prigušnici  $L_{k1}$  će biti jednak nuli, pa će napon na opterećenju biti jednak naponu generatora  $e_1$  a tiristor  $T_3$  će biti inverzno polarisan naponom  $e_1 - e_3$ .

Ako se uzme u obzir da se u svakoj periodi obavi po tri komutacije, izraz za srednju vrednost napona na opterećenju (2.43) treba umanjiti za srednju vrednost komutacionih površina  $S_k$ , tako da je:

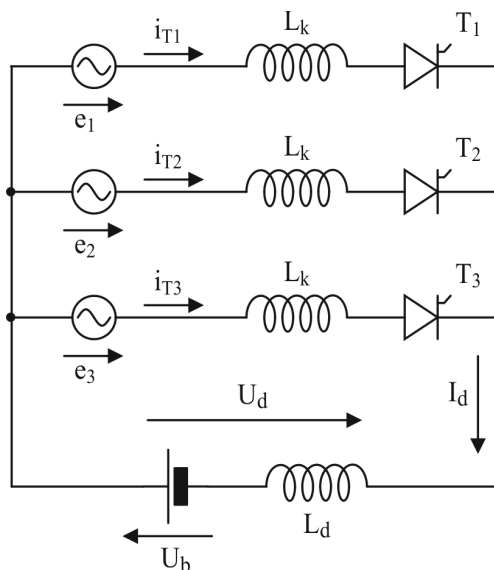
$$U_d = \frac{3\sqrt{6}E}{2\pi} \cos(\alpha) - 3 \frac{L_k I_d}{T} = \frac{3\sqrt{6}E}{2\pi} \cos(\alpha) - \frac{3X_k I_d}{2\pi}. \quad (2.71)$$

## Invertorski limit

Pretpostavimo da se trofazni jednostrani ispravljač koristi u invertorskom režimu za vraćanje energije iz opterećenja u izvor napajanja (rekuperativno kočenje motora za jednosmernu struju ili pražnjenje akumulatorske baterije), kao što je prikazano na slici 2.17. U ustaljenom stanju srednja vrednost napona na prigušnici vezanoj na red sa opterećenjem ( $L_d$ ) mora biti jednaka nuli, tako da je:

$$U_d = -U_b = \frac{3\sqrt{6}E}{2\pi} \cos(\alpha) - \frac{3X_k I_d}{2\pi}, \quad (2.72)$$

odnosno srednja vrednost napona na izlazu ispravljača mora biti negativna, što se postiže uglom paljenja većim od  $90^\circ$ .



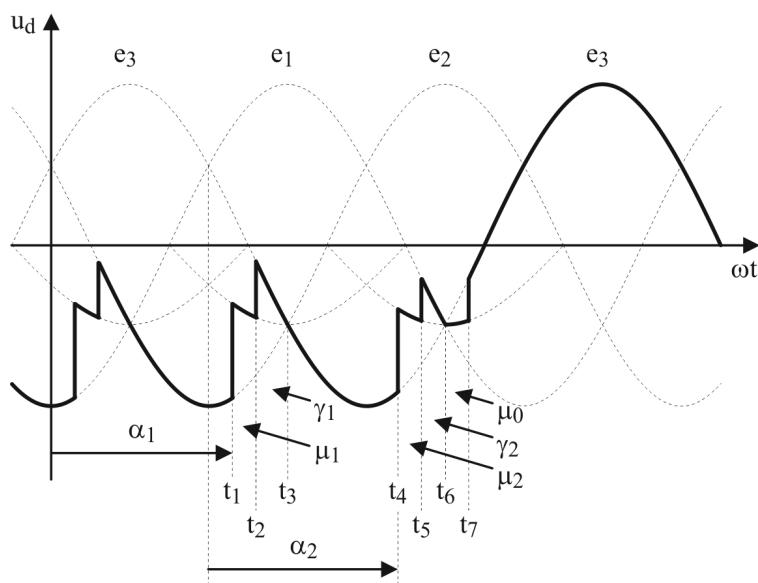
Sl. 2.17. Trofazni jednostrani ispravljač u invertorskom režimu rada.

Na slici 2.18. prikazana su dva moguća redosleda događaja u kolu zavisno od vrednosti ugla paljenja i struje opterećenja. U normalnom radu, neposredno pre trenutka  $\omega t = \alpha_1$  provodi samo tiristor  $T_2$ . U trenutku  $\omega t_1 = \alpha_1$  pali se tiristor  $T_3$  i započinje komutacija između tiristora  $T_2$  i  $T_3$ . Po završetku komutacije ( $t_2$ ) prestaje da provodi tiristor  $T_2$  i postaje inverzno polarisan naponom  $u_{T2i} = e_3 - e_2$ . Tiristor  $T_2$  će biti inverzno polarisan do trenutka  $t_3$  kada potencijal faze 2 postaje veći od potencijala faze 3, tako da će vreme inverzne polarizacije tiristora  $T_2$  biti:

$$t_0 = \frac{\gamma_1}{\omega} = \frac{\pi - (\alpha_1 + \mu_1)}{\omega}, \quad (2.73)$$

gde je prema (2.70):

$$\alpha_1 + \mu_1 = \cos^{-1} \left[ \cos(\alpha_1) - \frac{2X_k I_d}{\sqrt{6E}} \right]. \quad (2.74)$$



**Sl. 2.18. Talasni oblik napona na opterećenju pri neuspešnoj komutaciji u invertorskom režimu rada.**

Ako je vreme inverzne polarizacije tiristora  $T_2$  dovoljno dugo ( $t_0 > t_q$ ), on će preći u neprovodno stanje, tako da neće ponovo provesti u trenutku  $t_3$  kada postaje direktno polarisan. Ako se poveća ugao paljenja ( $\alpha_2$ ) ili ako se zbog povećanja struje opterećenja poveća ugao komutacije ( $\mu_2$ ), smanjiće se ugao inverzne polarizacije tiristora ( $\gamma_2$ ). U slučaju da je  $\gamma_2 < \omega t_q$ , vreme inverzne polarizacije tiristora  $T_3$  biće nedovoljno za njegovo gašenje, tako da će on ponovo provesti u trenutku  $t_6$  kada postaje direktno polarisan. U periodu  $\mu_0 = t_7 - t_6$  obaviće se komutacija između tiristora  $T_1$  i  $T_3$ , tako da će po isteku komutacije dalje provoditi samo tiristor  $T_3$  a napon na izlazu ispravljača će promeniti smer, što će dovesti do naglog povećanja struje  $i$ , verovatno, do havarije ispravljača. Zbog opisanih

problema ugao paljenja tiristora mora se ograničiti na vrednost znatno manju od  $180^\circ$  (invertorski limit), tako da je u svim uslovima rada ispunjen uslov:

$$\frac{\pi - (\alpha + \mu)}{\omega} \geq t_0, \quad (2.75)$$

gde je  $t_0$  predviđeno vreme inverzne polarizacije koje obezbeđuje sigurno gašenje tiristora.

## 2.5. Trofazni mosni ispravljač

Na slici 2.19. prikazan je trofazni mosni ispravljač sa karakterističnim talasnim oblicima napona i struja za ugao paljenja  $\alpha = 30^\circ$ . Brojevi tiristora su raspoređeni tako da ukazuju na vremenski redosled impulsa za njihovo paljenje. Ako se mosni ispravljač posmatra kao redna veza dva trofazna jednostrana ispravljača čiji su izlazni naponi  $u_{d1}$  i  $u_{d2}$ , srednja vrednost napona na izlazu mosnog ispravljača je prema (2.43):

$$U_d = 2 \cdot \frac{3\sqrt{6}E}{2\pi} \cos(\alpha) = \frac{3\sqrt{6}E}{\pi} \cos(\alpha). \quad (2.76)$$

## Spektar struje koja se uzima iz mreže

Struje kroz primarne namotaje transformatora mogu se odrediti iz uslova da je zbir magnetopobudnih sila po zatvorenom magnetnom putu jednak nuli. Ako se zanemari struja magnećenja transformatora ima se:

$$-N_1 i_1' + N_2 i_1'' - N_2 i_2'' + N_1 i_2' = 0, \quad (2.77)$$

$$-N_1 i_1' + N_2 i_1'' - N_2 i_3'' + N_1 i_3' = 0. \quad (2.78)$$

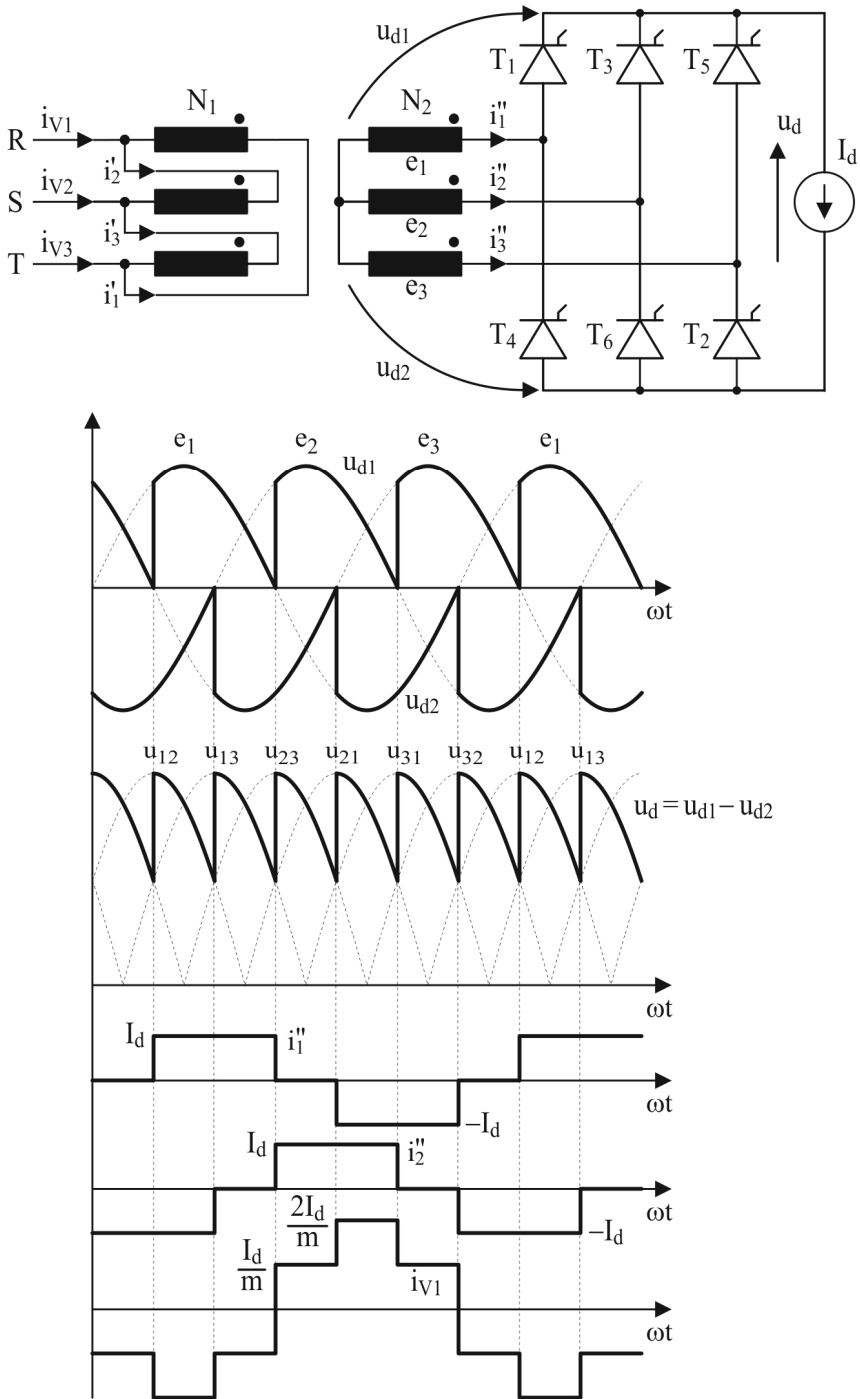
Osim toga, zbir struja primara transformatora jednak je nuli:

$$i_1' + i_2' + i_3' = 0. \quad (2.79)$$

Ako se kao prenosni odnos transformatora uzme odnos brojeva navojaka namotaja primarnih i sekundarnih namotaja transformatora ( $m = N_1/N_2$ ), rešavanjem prethodne tri jednačine dobija se:

$$i_1' = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2i_1'' - i_2'' - i_3''), \quad (2.80)$$

$$i_2' = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2i_2'' - i_1'' - i_3''), \quad (2.81)$$



Sl. 2.19. Trofazni mosni ispravljač.

$$i_3' = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2i_3'' - i_1'' - i_2''), \quad (2.82)$$

Ako se još uzme u obzir da je zbir struja kroz sekundarne namotaje jednak nuli:

$$i_1'' + i_2'' + i_3'' = 0, \quad (2.83)$$

izrazi za struje kroz primarne namotaje postaju:

$$i_1' = \frac{1}{m} \cdot i_1'', \quad i_2' = \frac{1}{m} \cdot i_2'', \quad i_3' = \frac{1}{m} \cdot i_3'', \quad (2.84)$$

dakle, talasni oblici struja kroz primarne i sekundarne namotaje su jednaki. Struja u jednom od priključnih vodova je:

$$i_{V1} = i_2' - i_1' = \frac{1}{m} \cdot (i_2'' - i_1''). \quad (2.85)$$

Talasni oblik ove struje prikazan je na slici 2.19. Ako se koordinatni početak na ovoj slici postavi u trenutak  $30^\circ$  posle paljenja tiristora  $T_4$ , talasni oblik struje u priključnomvodu će predstavljati parnu funkciju pa se ova funkcija može predstaviti Furijeovim redom oblika:

$$i_{V1}(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t). \quad (2.86)$$

Amplituda osnovnog harmonika je:

$$A_1 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} i_{V1}(x) \cdot \cos(x) dx = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{2I_d}{m} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(x) dx + \frac{4}{\pi} \cdot \frac{I_d}{m} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx, \quad (2.87)$$

odnosno:

$$A_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{I_d}{m} \cdot \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right]. \quad (2.88)$$

Izraz u uglastoj zagradi ima vrednost  $3/2$ , pa je efektivna vrednost osnovnog harmonika struje koja se uzima iz mreže:

$$I_1 = \frac{|A_1|}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{I_d}{m}. \quad (2.89)$$

Prema slici 2.19. osnovni harmonik struje koja se uzima iz mreže kasni za linijskim naponom sekundara  $u_{21}$  za ugao paljenja „ $\alpha$ “. Linijski napon sekundara  $u_{21}$  je:

$$\bar{u}_{21} = \bar{e}_2 - \bar{e}_1 = \frac{1}{m}(\bar{e}_R - \bar{e}_S) - \frac{1}{m}(\bar{e}_T - \bar{e}_R) = \frac{1}{m}[2\bar{e}_R - (\bar{e}_S + \bar{e}_T)] = \frac{3}{m}\bar{e}_R \quad (2.90)$$

odakle se vidi da on ima isti fazni stav kao fazni napon primara  $e_R$ , pa sledi da osnovni harmonik struje koja se uzima iz mreže kasni za faznim naponom mreže  $e_R$  za ugao paljenja „ $\alpha$ “.

U ustaljenom stanju, ako se zanemare gubici, snaga kojom se energija uzima iz mreže mora biti jednaka snazi kojom se energija troši na opterećenju. Ako se sa „ $U$ “ obeleži efektivna vrednost mrežnog linijskog napona, sledi:

$$P = \sqrt{3}UI_1 \cos(\alpha) = \sqrt{3}U \cdot \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{I_d}{m} = I_d \cdot \frac{3\sqrt{6}E}{\pi} \cos(\alpha) = I_d \cdot U_d, \quad (2.91)$$

odakle sledi izraz za srednju vrednost napona na opterećenju izveden u (2.76).

## Dimenzionisanje transformatora

Efektivna vrednost struje kroz sekundarne namotaje transformatora je:

$$I'' = \sqrt{\frac{T}{2} \int_0^{\frac{2}{3}} I_d^2 dt} = I_d \sqrt{\frac{2}{3}}. \quad (2.92)$$

Efektivna vrednost struje kroz primarne namotaje transformatora je:

$$I' = \frac{1}{m} I'' = \frac{I_d}{m} \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad (2.93)$$

zbog čega su prividne snage računane sa strane primara i sekundara jednake pa je snaga na koju treba dimenzionisati transformator:

$$S = S' = S'' = 3 \cdot E \cdot I_d \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{6}EI_d. \quad (2.94)$$

Maksimalna snaga kojom se energija prenosi opterećenju postiže se onda kada je najveći napon na opterećenju, odnosno za ugao paljenja tiristora  $\alpha = 0$ . Prema (2.76) ova snaga iznosi:

$$P_0 = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} \cdot EI_d. \quad (2.95)$$

Odnos snage na koju je potrebno dimenzionisati transformator i maksimalne snage kojom se energija može prenositi opterećenju je:

$$\frac{S}{P_0} = \frac{\pi}{3\sqrt{6}} \cdot \sqrt{6} = \frac{\pi}{3} = 1,05. \quad (2.96)$$

Iz ovog izraza se vidi da se transformator mora dimenzionirati na 5% veću snagu od maksimalne snage kojom se energija može prenositi opterećenju što je znatno bolje iskorišćenje transformatora nego kod trofaznog jednostranog ispravljača.

Efektivna vrednost struje koja se uzima iz mreže iznosi:

$$I_V = \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\frac{2I_d}{m}\right)^2 dx + \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{I_d}{m}\right)^2 dx} = \frac{I_d}{m} \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{\sqrt{2}I_d}{m}, \quad (2.97)$$

pa su ukupna harmonijska izobličenja te struje:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^n I_{V_k}^2}}{I_V} = \sqrt{\frac{I_V^2 - I_{V1}^2}{I_V^2}} = \sqrt{1 - \frac{I_{V1}^2}{I_V^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{\pi}\right)^2} \approx 30\%. \quad (2.98)$$

## Faktor snage ispravljača

Faktor snage ispravljača je:

$$\lambda = \frac{P}{S'} = \frac{\left| \frac{3\sqrt{6}}{\pi} EI_d \cos(\alpha) \right|}{\sqrt{6}EI_d} = \frac{3}{\pi} |\cos(\alpha)| = 0,95 \cdot |\cos(\alpha)|. \quad (2.99)$$

Dakle, zbog harmonijskih izobličenja struje koja se uzima iz mreže, faktor snage ispravljača opada na maksimalnu vrednost  $\lambda = 0,95$ . Dodatno smanjenje faktora snage je posledica faznog pomeraja struje osnovnog harmonika u odnosu na mrežni napon za ugao paljenja „ $\alpha$ “.

## Uticaj induktivnosti rasipanja transformatora

Uticaj induktivnosti komutacionih prigušnica na srednju vrednost napona na opterećenju može se lako odrediti ako se trofazni mosni ispravljač posmatra kao redna veza dva trofazna jednostrana ispravljača. S obzirom na to da ne dolazi do preklapanja komutacionih procesa, svaka komutacija se obavlja kao što je to opisano kod trofaznog jednostranog ispravljača, pa s obzirom na to da se događa šest komutacija u jednoj periodi

mrežnog napona, srednju vrednost napona na opterećenju treba umanjiti za srednju vrednost šest komutacionih površina:

$$U_d = \frac{3\sqrt{6}E}{\pi} \cos(\alpha) - \frac{3X_k I_d}{\pi}. \quad (2.100)$$

## 2.6. Šestofazni jednostrani ispravljač

Za dobijanje usmerenih struja u postrojenjima većih i najvećih snaga koriste se šestofazne i višefazne sprege koje, u odnosu na trofazne sprege, obezbeđuju u prvom redu manju talasnost struje i napona na prijemniku, a uz to bolji faktor snage postrojenja i veći stepen iskorišćenja uz manje investicione troškove. Višefazne sprege najčešće se dobijaju pogodnim povezivanjem trofaznih i šestofaznih sprega.

Na slici 2.20. prikazan je šestofazni jednostrani ispravljač, gde su namotaji sekundara transformatora povezani tako da čine šestofaznu zvezdu. Talasni oblik napona na opterećenju isti je kao kod trofaznog mosnog ispravljača (slika 2.19.), s tom razlikom što se, kod šestofaznog jednostranog ispravljača, napon na opterećenju sastoji od delova faznog napona sekundara transformatora, dok se kod trofaznog mosnog ispravljača napon na opterećenju sastoji od delova međufaznog napona sekundara transformatora, pa je prema (2.76) srednja vrednost napona na opterećenju:

$$U_d = \frac{3\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha). \quad (2.101)$$

## Dimenzionisanje transformatora

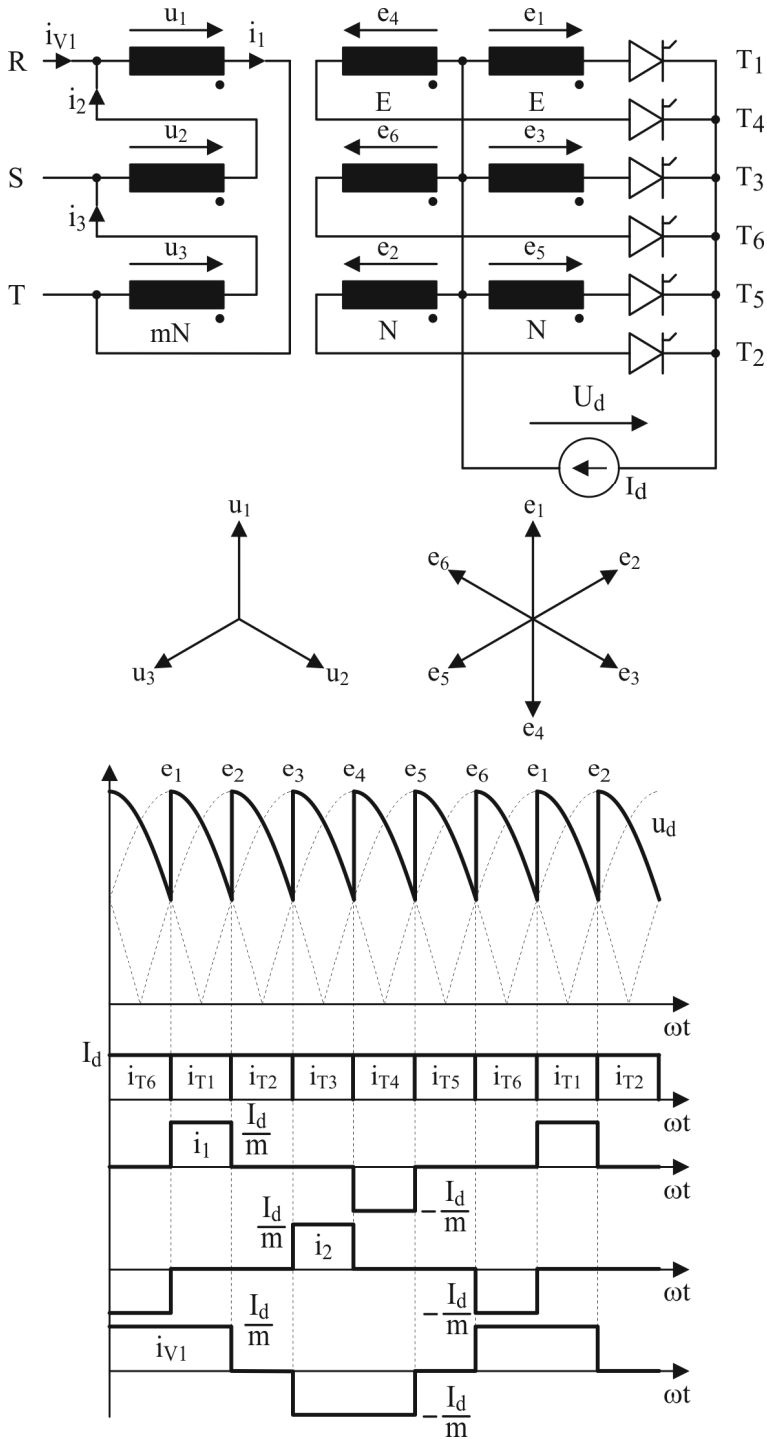
Efektivna vrednost struje kroz sekundarne namotaje transformatora je:

$$I'' = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{6}} I_d^2 dt} = \frac{I_d}{\sqrt{6}}. \quad (2.102)$$

Efektivna vrednost struje kroz primarne namotaje transformatora je:

$$I' = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{6}} \left(\frac{I_d}{m}\right)^2 dt} = \frac{I_d}{m\sqrt{3}}. \quad (2.103)$$





Sl. 2.20. Šestofazni jednostrani ispravljač.

Snaga na koju treba dimenzionisati transformator je srednja vrednost prividnih snaga primara i sekundara transformatora:

$$S = \frac{1}{2}(S' + S'') = \frac{1}{2} \left( 3 \cdot U \cdot \frac{I_d}{m \cdot \sqrt{3}} + 6 \cdot E \cdot \frac{I_d}{\sqrt{6}} \right) = \frac{3 \cdot E \cdot I_d}{2} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{6}} \right). \quad (2.104)$$

Maksimalna snaga kojom se energija prenosi opterećenju postiže se onda kada je najveći napon na opterećenju, odnosno za ugao paljenja tiristora  $\alpha = 0$ . Prema (2.101) ova snaga iznosi:

$$P_0 = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot EI_d. \quad (2.105)$$

Odnos snage na koju je potrebno dimenzionisati transformator i maksimalne snage kojom se energija može prenositi opterećenju je:

$$\frac{S}{P_0} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{6}} \right) = 1,55. \quad (2.106)$$

Iz ovog izraza se vidi da je iskorišćenje transformatora znatno manje nego kod trofaznog mosnog ispravljača ( $S/P_0 = 1,05$ ).

## Spektar struje transformatora

Loše iskorišćenje transformatora kod ove sprege ispravljača posledica je velikih harmonijskih izobličenja struje sekundara transformatora. Na svakom stubu transformatora jedan navojak sekundara, svedeno na jedan navojak primara, stvara magnetopobudnu silu  $M_2$ . Razvojem ove magnetopobudne sile u Furijeov red:

$$M_2(t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(k\omega t), \quad (2.107)$$

dobija se amplituda k-tog harmonika:

$$B_k = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{I_d}{m} \cdot \sin(k\omega t) d(\omega t) = \frac{2I_d}{km\pi} \left[ \cos\left(k \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(k \frac{2\pi}{3}\right) \right]. \quad (2.108)$$

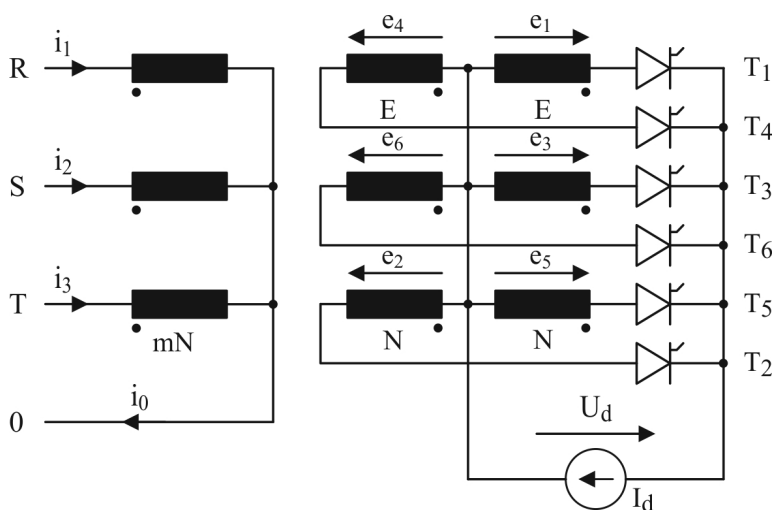
Iz izraza (2.108) vidi se da postoje samo neparni harmonici (ako je „k“ paran broj, izraz u uglastoj zagradi je jednak nuli). Amplitude neparnih harmonika čija je učestanost jednaka celobrojnom umnošku trostruke učestanosti mrežnog napona iznose:

$$B_k = \frac{4I_d}{km\pi} \quad k = 3 \cdot (2n - 1); \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.109)$$

dok su amplitude ostalih neparnih harmonika:

$$B_k = \frac{2I_d}{km\pi} \quad k = (2n - 1); \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad k \neq 3 \cdot (2n - 1). \quad (2.110)$$

Kod veze transformatora trougao – šestofazna zvezda, kako je to prikazano na slici 2.20. struje harmonika čija je učestanost jednaka celobrojnom umnošku trostruke učestanosti mrežnog napona zatvaraju se u trouglu jer su međusobno u fazi, pa ih nema u struji koja se uzima iz mreže ( $i_{V1}$  na slici 2.20.).

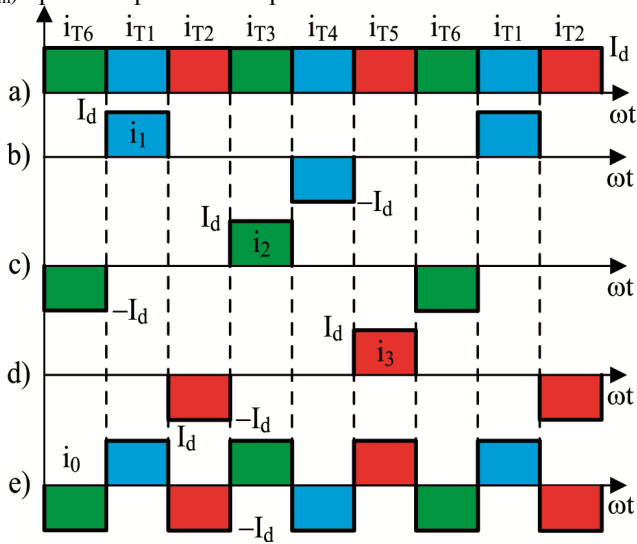


**Sl. 2.21. Sprega transformatora zvezda – šestofazna zvezda.**

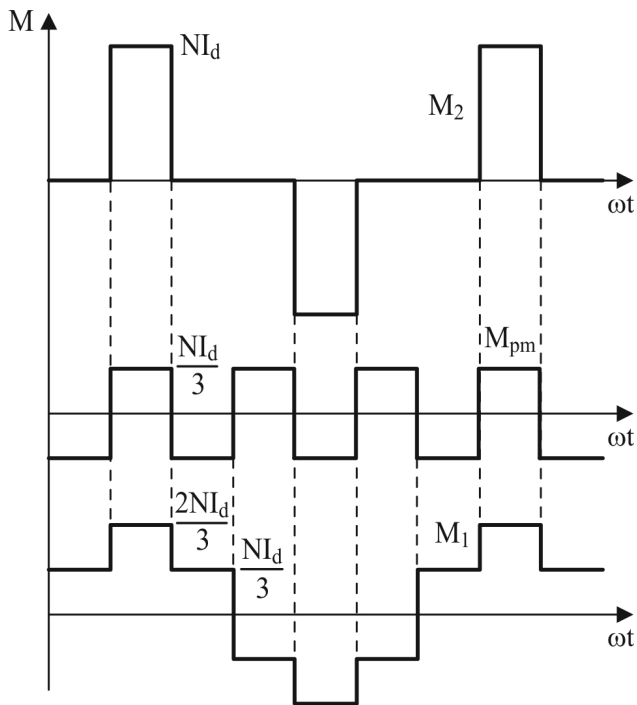
Kod veze transformatora zvezda – šestofazna zvezda, ako je u primaru priključen nulti provodnik (slika 2.21.), kroz ovaj provodnik teče zbir struja pojedinih namotaja primara transformatora (slika 2.22.). Struju nultog provodnika čini zbir harmonika čija je učestanost jednaka celobrojnom umnošku trostruke učestanosti mrežnog napona jer su oni u fazi. Zbir struja ostalih harmonika jednak je nuli jer one čine direktan ili inverzan trofazni sistem. Stoga struju nultog provodnika čini povorka četvrtastih impulsa amplitude  $I_d$  čija je učestanost tri puta veća od mrežne učestanosti. Kod ispravljača većih snaga postojanje prethodno opisane struje nultog provodnika čini ovu spregu transformatora neprihvatljivom.

Isključenjem nultog provodnika onemogućilo bi se uspostavljanje struja harmonika čija je učestanost jednaka celobrojnom umnošku trostruke učestanosti mrežnog napona. U tom slučaju magnetopobudna sila na jednom stubu transformatora koju stvaraju namotaji primara ( $M_1$  slika 2.23.) bila bi jednaka magnetopobudnoj sili koju stvaraju namotaji

sekundara ( $M_2$ ) umanjenoj za magnetopobudnu silu koju bi stvarala trećina struje nultog provodnika ( $M_{pm}$ ) opisane u prethodnom primeru.



Sl. 2.22. Sprega transformatora zvezda – šestofazna zvezda.



Sl. 2.23. Sprega transformatora zvezda – šestofazna zvezda.

Dakle, na svakom stubu transformatora postoji magnetopobudna sila ( $M_{pm}$ ) sačinjena od harmonika čija je učestanost jednaka celobrojnom umnošku trostruke učestanosti mrežnog napona što znači da su komponente ovih magnetopobudnih sila u fazi pa se fluks, koji je posledica ovih magnetopobudnih sila, ne može zatvoriti kroz magnetno kolo transformatora već se zatvara kroz okolni prostor vršeći prinudno magnećenje transformatora. Iz tog razloga ni ova sprega transformatora nije prihvatljiva za ispravljače većih snaga.

## Naponsko naprezanje poluprovodničkih prekidačkih elemenata

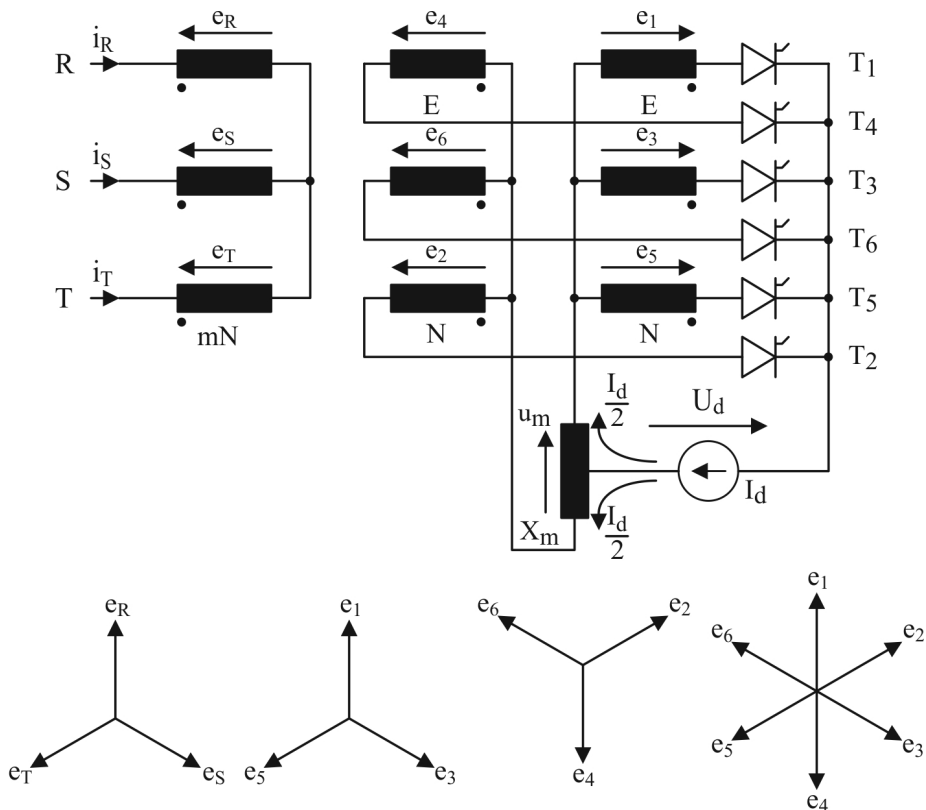
Osim lošeg iskorišćenja transformatora, nedostatak šestofaznog jednostranog ispravljača u odnosu na trofazni mosni ispravljač jeste to što se za istu srednju vrednost napona na opterećenju tiristori moraju dimenzionisati na dvostruko veći inverzni napon. Kod šestofaznog jednostranog ispravljača maksimalna vrednost inverznog napona tiristora jednaka je dvostruko amplitudi faznog napona sekundara transformatora, pa je odnos maksimalne vrednosti inverznog napona tiristora i maksimalne srednje vrednosti napona na opterećenju:

$$\frac{U_r}{U_{d0}} = \frac{2\sqrt{2}E}{\frac{3\sqrt{2}E}{\pi}} = \frac{2\pi}{3}, \quad (2.111)$$

dok je kod trofaznog mosnog ispravljača maksimalna vrednost inverznog napona tiristora jednaka amplitudi međufaznog napona sekundara transformatora, pa je odnos maksimalne vrednosti inverznog napona tiristora i maksimalne srednje vrednosti napona na opterećenju:

$$\frac{U_r}{U_{d0}} = \frac{\sqrt{6}E}{\frac{3\sqrt{6}E}{\pi}} = \frac{\pi}{3}. \quad (2.112)$$

## 2.7. Sprega dva ispravljača sa međufaznom prigušnicom



Sl. 2.24. Sprega dva ispravljača sa međufaznom prigušnicom.

Kada na svakom stubu trofaznog transformatora postoje pored primarnog i dva identična sekundarna namotaja, moguće je ostvariti dve sekundarne zvezde u opoziciji. Povezujući zvezdišta ovih zvezda preko jedne prigušnice sa srednjim izvodom ( $X_m$ ), ostvaruje se sprega ispravljača prikazana na slici 2.24.

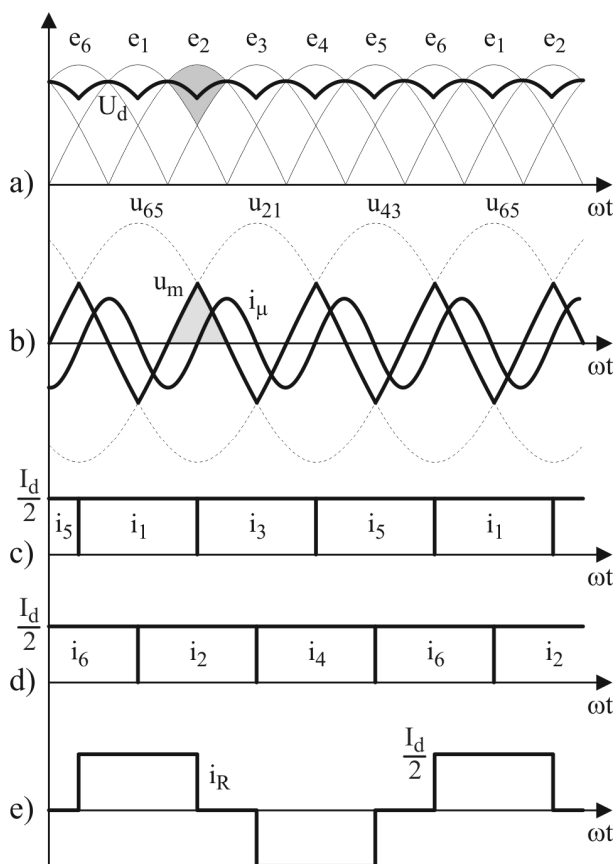
Dve sekundarne zvezde rade nezavisno jedna od druge, a paralelno u odnosu na opterećenje. Nezavisan rad ovih sekundara omogućuje prigušnica  $X_m$  sprečavajući da se pojavi struja komutacije između dve sekundarne zvezde čak i u slučaju da postoji razlika potencijala između dva zvezdišta pri jednovremenom radu dva tiristora.

Na slici 2.25. prikazani su karakteristični talasni oblici napona i struja za ispravljač sa uglom paljenja  $\alpha=0^0$  (diodni ispravljač). Napon na međufaznoj prigušnici jednak je razlici faznih napona u granama čiji tiristori provode. Ako posmatramo period kada zajedno provode tiristori  $T_5$  i  $T_6$  ili tiristori  $T_2$  i  $T_3$ , napon na međufaznoj prigušnici, prema vektorskom dijagramu na slici 2.24. je:

$$u_{X_m} = e_6 - e_5 = e_6 + e_2 = e_1. \quad (2.113)$$

Dakle, napon na međufaznoj prigušnici ( $u_m$ ) sastoji se od delova faznih napona sekundara i njegov osnovni harmonik ima tri puta veću učestanost od učestanosti mrežnog napona (slika 2.25. b). Sa slike 2.25. a) vidi se da je talasni oblik napona na opterećenju isti kao kod šestofaznog jednostranog ispravljača, samo što je amplituda napona na opterećenju:

$$U_{d \max} = \sqrt{2}E \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right), \quad (2.114)$$



**Sl. 2.25. Talasni oblici napona i struja za spregu dva ispravljača sa međufaznom prigušnicom.**

pa je, prema (2.101), srednja vrednost napona na opterećenju:

$$U_d = \frac{3\sqrt{2}E}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos(\alpha) = \frac{3\sqrt{6}E}{2\pi} \cos(\alpha). \quad (2.115)$$

S obzirom na to da dve sekundarne zvezde rade paralelno, svaka daje polovinu jednosmerne struje opterećenja. Impulsi struja pojedinih faza prikazani su na slici 2.25. c) i

2.25. d), a na slici 2.25. e) prikazan je talasni oblik struje u fazi „R“ primara. Fluks prinudnog magnećenja ne postoji zato što se magnetopobudne sile prinudnog magnećenja, koje bi stvarale svaka zvezda posebno, međusobno poništavaju jer su zvezde sekundara u opoziciji.

## Dimenzionisanje međufazne prigušnice

Međufazna prigušnica, u stvari, predstavlja delitelj napona i kroz nju protiče struja magnećenja  $i_\mu$  koja je posledica razlike potencijala pojedinih zvezdišta sekundara transformatora  $u_m$  (slika 2.25. b). Na slici 2.26. a) prikazana je ekvivalentna šema ispravljača za period kada zajedno provode tiristori  $T_1$  i  $T_2$ . Napon na međufaznoj prigušnici tada je:

$$u_m = e_2 - e_1 = e_2 + e_4 = e_3. \quad (2.116)$$

Pod dejstvom ovog napona razvija se struja magnećenja  $i_\mu$ , a struje pojedinih tiristora odnosno struje polunamotaja međufazne prigušnice su:

$$i_{T1} = i_{Xm_2} = \frac{I_d}{2} - i_\mu, \quad (2.117)$$

$$i_{T2} = i_{Xm_1} = \frac{I_d}{2} + i_\mu. \quad (2.118)$$

Struja tiristora može teći samo u smeru od anode ka katodi, pa stoga mora biti ispunjen uslov:

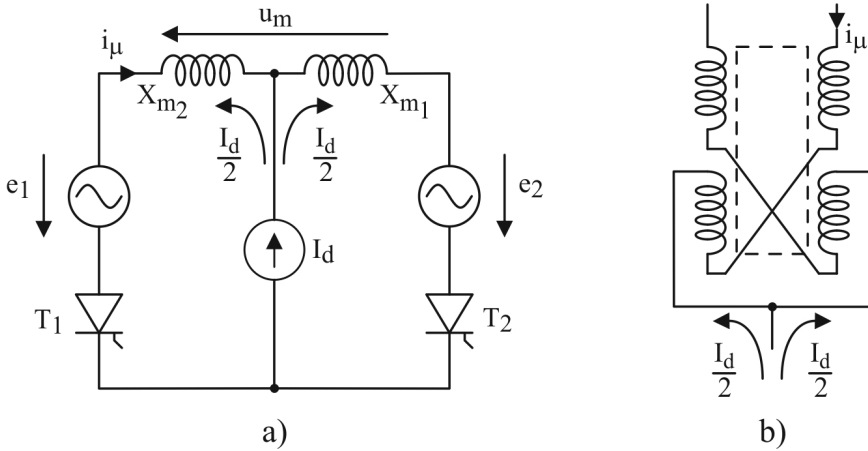
$$0 \leq i_{T1(2)} \leq I_d \quad \Rightarrow \quad \frac{I_d}{2} \geq i_{\mu \max} \quad \Rightarrow \quad I_d \geq 2 \cdot i_{\mu \max}. \quad (2.119)$$

Pri manjim strujama opterećenja dva tiristora mogu zajedno provoditi samo dok struja magnećenja međufazne prigušnice ne dostigne polovinu struje opterećenja. U tom trenutku struja tiristora  $T_1$  postaje jednaka nuli, dok sva struja opterećenja teče kroz tiristor  $T_2$ . Od tog trenutka do kraja tekuće šestine periode napon na međufaznoj prigušnici jednak je nuli, jer je:

$$i_{Xm_2} = 0; \quad i_{Xm_1} = I_d, \quad (2.120)$$

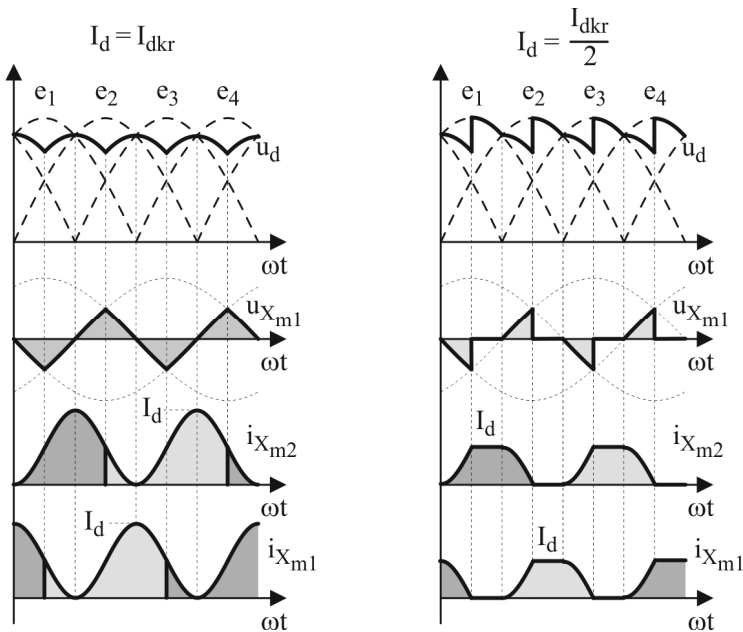
zbog čega tiristor  $T_1$  postaje inverzno polarisan naponom  $u_{T1i} = e_2 - e_1 = e_3$ , pa se gasi, a ispravljač nastavlja da radi kao šestofazni jednostrani ispravljač.





Sl. 2.26. Konstrukcija međufazne prigušnice.

Na slici 2.27. prikazani su talasni oblici napona i struja ispravljača za slučaj  $I_d = I_{dkr} = 2i_{\mu\max}$  i  $I_d = I_{dkr}/2 = i_{\mu\max}$ . Smanjivanjem struje od  $I_{dkr}$  do nule, srednja vrednost napona na opterećenju raste od vrednosti:



Sl. 2.27. Rad ispravljača za male struje opterećenja.

$$U_d = \frac{3\sqrt{6}E}{2\pi} \cos(\alpha)$$

(2.121)

do vrednosti:

$$U_d = \frac{3\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha), \quad (2.122)$$

što predstavlja povećanje srednje vrednosti napona na opterećenju od:

$$\Delta U_d = \left( \frac{\frac{3\sqrt{2}E}{\pi} \cos(\alpha)}{\frac{3\sqrt{6}E}{2\pi} \cos(\alpha)} - 1 \right) \cdot 100 (\%) = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \right) \cdot 100 (\%) = 15,5 \%. \quad (2.123)$$

Dimenzionisanje međufazne prigušnice može se izvršiti tako što će se ona posmatrati kao transformator na čijim namotajima je napon jednak polovini osnovnog harmonika razlike napona između dva zvezdišta, a efektivna vrednost struje svakog namotaja jednaka polovini jednosmerne struje opterećenja. Efektivna vrednost osnovnog harmonika napona na jednom polunamotaju međufazne prigušnice je:

$$U_{1m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{2}E}{2} \sin\left(\frac{x}{3}\right) \sin(x) dx = \frac{3\sqrt{3}}{8\pi} E, \quad (2.124)$$

odakle sledi da je snaga na koju treba dimenzionisati prigušnicu:

$$S = U_{1m} \cdot \frac{I_d}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{16\pi} EI_d. \quad (2.125)$$

Maksimalna snaga kojom se energija prenosi opterećenju je:

$$P_0 = \frac{3\sqrt{6}}{2\pi} EI_d, \quad (2.126)$$

pa je:

$$\frac{S}{P_0} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{16\pi}}{\frac{3\sqrt{6}}{2\pi}} = \frac{1}{8\sqrt{2}} = 0,088. \quad (2.127)$$

Sa trostruko većom učestanošću od osnovne količina potrebnog bakra u transformatoru smanjuje se tri puta ili sav aktivni materijal približno 1,5 puta što znači da prava tipska snaga (za poređenje sa običnim transformatorom) iznosi:

$$\frac{S}{P_0} = \frac{0,088}{1,5} = 0,059. \quad (2.128)$$

S obzirom na to da napon na krajevima međufazne prigušnice i struja kroz istu sadrže i više harmonike, uzima se da tipska snaga međufazne prigušnice praktično iznosi 7% nominalne snage opterećenja. Induktivnost međufazne prigušnice bira se tako da njena struja magnećenja bude neprekidna do 1% nominalne struje opterećenja. Ako sa  $S_m$  označimo površinu poluperiode napona na prigušnici ( $u_m$ ), onda je:

$$\Delta i_\mu = \frac{S_m}{L_m} \Rightarrow L_m \geq \frac{S_m}{\Delta i_\mu} = \frac{S_m}{0,01 \cdot I_{dn}}. \quad (2.129)$$

Međufazna prigušnica se, zbog potrebne simetrije, izvodi prema šemi prikazanoj na slici 2.26. b). Magnetopobudne sile koje potiču od jednosmerne struje poništavaju se, a magnetopobudne sile koje potiču od struje magnećenja ( $i_\mu$ ) deluju saglasno.

## Dimenzionisanje transformatora

Struja kroz sekundarne namotaje transformatora sastoji se od impulsa amplitude  $I_d/2$  u trajanju  $2\pi/3$ , pa je njena efektivna vrednost:

$$I'' = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I_d}{2}, \quad (2.130)$$

dok je, prema slici 2.25., efektivna vrednost struje primarnih namotaja:

$$I' = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{I_d}{2} = \frac{1}{m} \cdot \frac{I_d}{\sqrt{6}}. \quad (2.131)$$

Tipična snaga transformatora je:

$$S = \frac{1}{2}(S' + S'') = \frac{1}{2} \left( 3E' \frac{1}{m} \frac{I_d}{\sqrt{6}} + 6E'' \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{I_d}{2} \right) = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{3}}{2} E'' I_d, \quad (2.132)$$

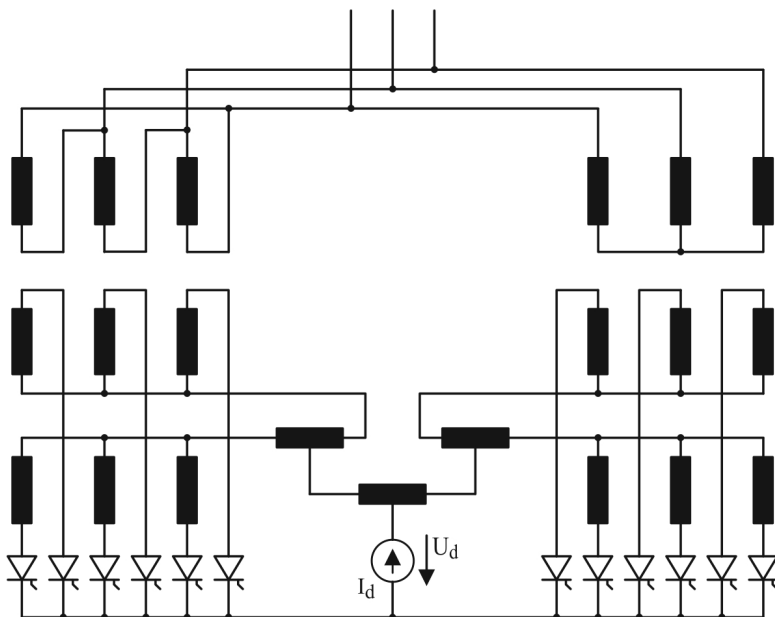
odnosno, s obzirom na (2.126):

$$\frac{S}{P_0} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\pi}{3\sqrt{6}} = 1,26. \quad (2.133)$$

Zbog dobrog iskorišćenja transformatora i malog komutacionog pada napona (svaki ispravljač komutuje polovinu struje opterećenja), ova sprega vrlo često se koristi za niskonaponske primene veće snage.

## 2.8. Dvanaestofazne i višefazne ispravljačke sprege

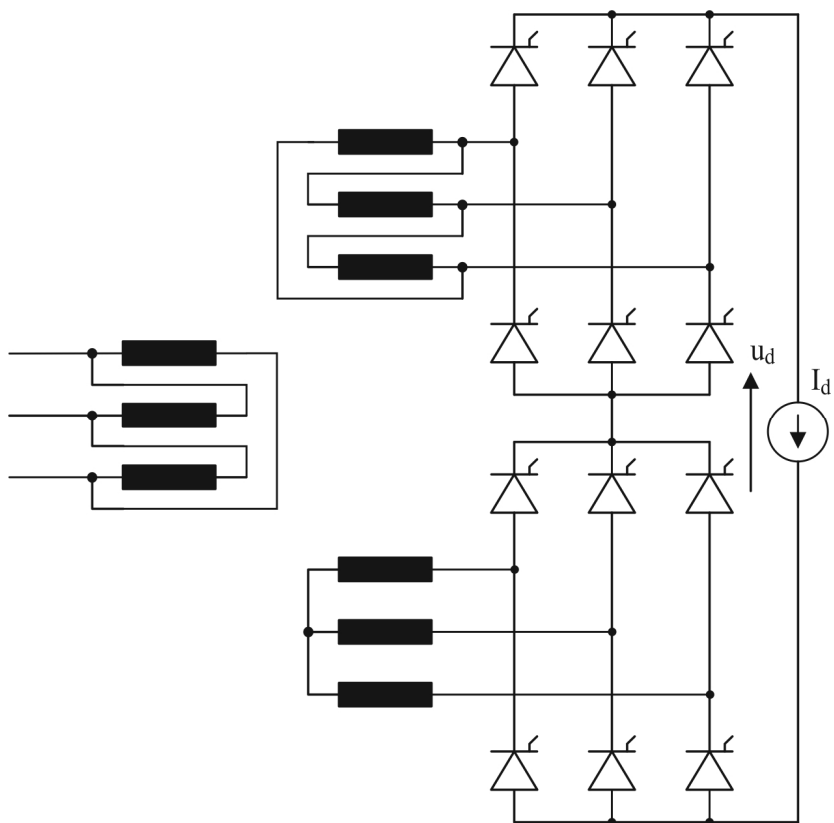
Na slici 2.28. prikazano je kako se, paralelnom vezom trofaznih jednostranih ispravljača preko međufaznih prigušnica, može formirati dvanaestofazni ispravljač. Neophodna razlika u uglu sprege transformatora od  $30^0$  postiže se tako što se primar jednog transformatora vezuje u trougao, dok se primar drugog vezuje u zvezdu.



*Sl. 2.28. Dvanaestofazni ispravljač formiran paralelnom vezom trofaznih jednostranih ispravljača.*

Za primene gde se zahtevaju veće vrednosti jednosmernog napona, dvanaestofazni ispravljač može se formirati rednom vezom dva trofazna mosna ispravljača, kako je to prikazano na slici 2.29. Kod ove sprege primenjen je samo jedan transformator a neophodna razlika u uglu sprege transformatora od  $30^0$  postiže se tako što se jedan sekundar transformatora vezuje u trougao, a drugi u zvezdu.

Pogodnom spregom namotaja transformatora može se formirati bilo koji broj faza na sekundaru trofaznog transformatora, pa se tako može konstruisati ispravljač sa proizvoljnim brojem faza. Tako se u postrojenjima velikih snaga mogu sresti ispravljači sa 18, 24, 36, ... faza.



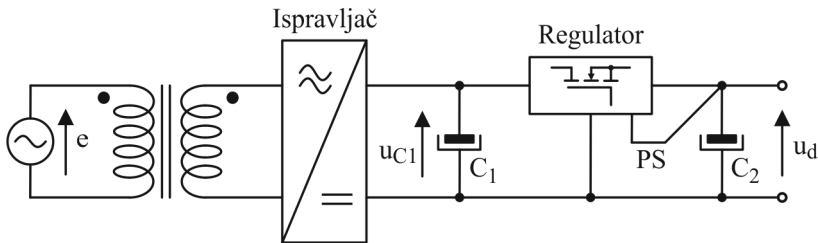
*Sl. 2.29. Dvanaestofazni ispravljač formiran rednom vezom trofaznih mosnih ispravljača.*

## Poglavlje 3

### Čoperi

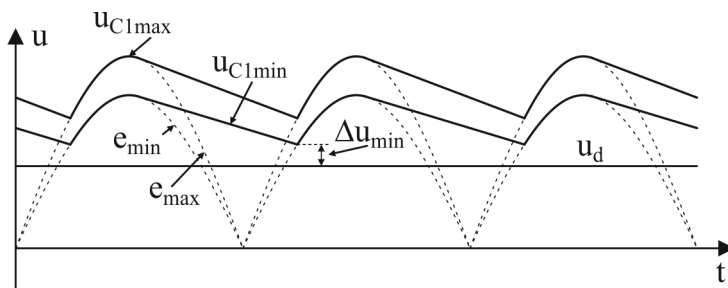
Za ispravno funkcionisanje velikog broja električnih uređaja potrebno je obezbediti upravljivi izvor napajanja jednosmernim naponom tj. izvor napajanja u kome je omogućeno upravljanje naponom na opterećenju ili strujom opterećenja. U tu svrhu mogu se koristiti linearni ili prekidački regulatori jednosmernog napona.

Struktura izvora napajanja sa linearnim regulatorom prikazana je na slici 3.1. Regulator u sebi sadrži redni element (bipolarni ili MOSFET tranzistor) na kome se podešava pad napona u cilju održavanja željenog napona na opterećenju. Pad napona na tranzistoru može se podešavati samo ako on radi u linearnom režimu. Da bi tranzistor radio u linearnom režimu, potrebno je da ulazni jednosmerni napon ( $U_{C1}$ ) bude uvek veći od napona na opterećenju (u slučaju bipolarnog tranzistora minimalni pad napona je oko 2V a u slučaju MOSFET tranzistora malo manje od 1V). Mrežni napon, na koji se priključuje regulator, može da se menja u granicama  $+10\%/-15\%$  zbog čega transformator treba da ima takav prenosni odnos da trenutna vrednost napona ( $U_{C1}$ ) uvek bude veća od potrebnog napona na opterećenju ( $U_d$ ).



**Slika 3.1. Linearni regulator napona.**

Na slici 3.2. prikazan je napon na kondenzatoru  $C_1$  pri minimalnoj i maksimalnoj vrednosti mrežnog napona, kao i minimalno potrebna razlika između ulaznog jednosmernog napona (napon na kondenzatoru  $C_1$ ) i napona na opterećenju ( $u_d$ ) koji obezbeđuje linearni režim rada tranzistora ( $\Delta U_{\min}$  – Dropout voltage). Pri maksimalnoj vrednosti mrežnog napona pad napona na rednom elementu prouzrokuje velike gubitke čak i pri relativno malim strujama opterećenja (nekoliko ampera), zbog čega će biti potreban veliki hladnjak za hlađenje regulatora. Ako se uzmu u obzir gabarit i težina mrežnog transformatora, vidi se da će izvor napajanja sa linearnim regulatorom imati neprikladno veliku težinu i gabarit, pa je njihova primena ograničena na napajanje potrošača malih snaga. Prednost linearnih regulatora je u tome što napon na opterećenju ima zanemarljivo malu valovitost (razlika između maksimalne i minimalne trenutne vrednosti napona).



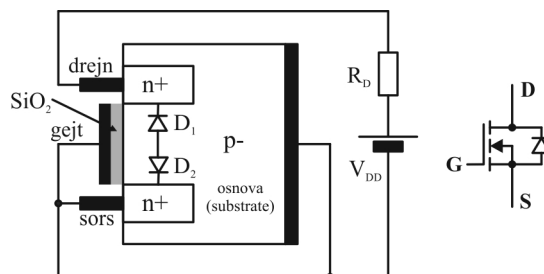
**Slika 3.2. Napon na ulazu linearnog regulatora.**

Čoperi su prekidački regulatori koji se koriste za upravljanje razmenom energije između izvora jednosmernog napajanja i opterećenja koje se napaja jednosmernim naponom. Uključenjem i isključenjem prekidača upravlja se snagom kojom se energija prenosi od izvora ka opterećenju pri čemu se podešava potrebna srednja vrednost napona ili struje opterećenja. Prekidači se periodično uključuju i ostaju uključeni u toku aktivnog dela periode. Aktivni deo periode se izražava relativno u odnosu na periodu pa može imati vrednost  $0 \dots 1$  i označava se sa  $D = t_{ON}/T$ . U literaturi na engleskom jeziku ovaj odnos naziva se *Duty Cycle* (ili *Duty Ratio*). Deo periode u kome je prekidač isključen naziva se pasivni deo periode i označava se sa  $D' = t_{OFF}/T$ . Upravljanje prekidačkim elementima putem promene aktivnog dela periode naziva se modulacija<sup>1</sup> trajanja impulsa (*Pulse Width Modulation – PWM*).

### 3.1. MOSFET i IGBT tranzistori

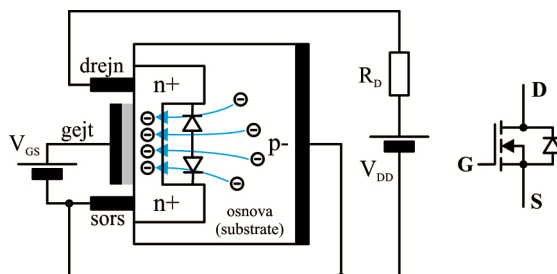
Dva najčešće korišćena upravljiva prekidačka elementa u pretvaračima sa sopstvenom komutacijom su: MOSFET – *Metal Oxide (SiO<sub>2</sub>) Semiconductor Field Effect Transistor* i IGBT – *Insulated Gate Bipolar Transistor*. Princip rada MOSFET-a biće opisan pomoću uprošćene strukture N-kanalnog MOSFET-a prikazane na slici 3.3. Ova struktura se sastoji od osnove koja je niskodopirana (P-) oblast (*substrate*), dve visokodopirane (N+) oblasti na kojima su priključci drejn (D – *drain*) i sors (S – *source*) i izolatora od silicijum-dioksida na kome je priključak gejt (G – *gate*). Pri tome je sors povezan sa osnovom.

<sup>1</sup> Modulacija – menjanje, prilagođavanje neke veličine u cilju usklađivanja sa nekom drugom veličinom.



**Slika 3.3. Uprošćena struktura i simbol N-kanalnog MOSFET-a.**

Kada je napon gejt–sors jednak nuli, između drejna i sorsa postoji antiredna veza dve diode: osnova–drejn ( $D_1$  – dioda prikazana u simbolu MOSFET-a) i osnova–sors ( $D_2$ ). Iako je dioda  $D_2$  kratkospojena, dioda  $D_1$  sprečava uspostavljanje struje od drejna ka sorsu, pa je MOSFET u neprovodnom stanju. U oblasti osnove, osim šupljina koje su posledica trovalentne primese, postoji i manji broj šupljina i elektrona koji su posledica stvaranja parova šupljina–elektron pod dejstvom toplotne energije. Kada se gejt pozitivno polarise u odnosu na sors (slika 3.4.), stvara se električno polje pod čijim dejstvom elektroni iz osnove bivaju privučeni ka gejtu stvarajući provodni kanal između drejna i sorsa. Otpornost provodnog kanala vrlo je mala (nekoliko desetina  $m\Omega$ ), tako da se uspostavlja struja između drejna i sorsa pa je MOSFET u provodnom stanju.

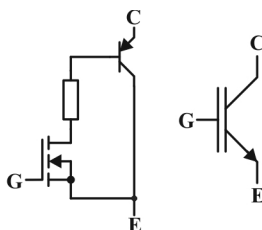


**Slika 3.4. Struktura MOSFET-a sa pozitivno polarisanim gejtom u odnosu na sors.**

Spoj gejt–sors ponaša se kao kondenzator koji je potrebno napuniti na napon  $V_{GS} \approx 15V$  da bi se tranzistor uključio (minimalna otpornost provodnog kanala), odnosno isprazniti da bi se tranzistor isključio.

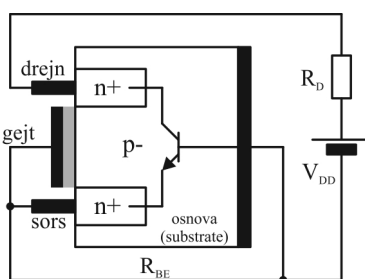
IGBT je PNP tranzistor kojim se upravlja pomoću MOSFET-a. Ekvivalentna šema i simbol IGBT-a prikazani su na slici 3.5. Uključenjem MOSFET-a uspostavlja se bazna struja PNP tranzistora, pa se on uključuje, dok se isključenjem MOSFET-a isključuje bazna struja PNP tranzistora, pa se on isključuje.





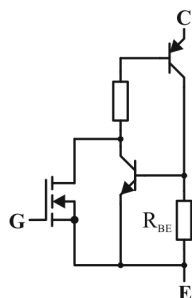
**Slika 3.5. Struktura i simbol IGBT-a.**

Pri korišćenju IGBT-a potrebno je voditi računa o parazitnom NPN tranzistoru koji postoji u strukturi MOSFET-a (slika 3.6.). Spoj baza–emitor ovog tranzistora je kratkospojen preko male otpornosti ( $R_{BE}$ ) između sorsa i osnove.



**Slika 3.6. Parazitni NPN tranzistor u strukturi MOSFET-a.**

Uzimajući u obzir parazitni NPN tranzistor, ekvivalentna šema IGBT-a prikazana je na slici 3.7. U normalnom radu NPN tranzistor nema uticaja jer se ne može uključiti zbog male otpornosti  $R_{BE}$ . Ipak, u havarijskom režimu kada struja od emitora ka kolektoru PNP tranzistora dostiže vrlo velike vrednosti, može doći do uključanja NPN tranzistora. U tom slučaju uključeni NPN i PNP tranzistori predstavljaju uključeni tiristor koji se ne može isključiti isključenjem MOSFET-a.



**Slika 3.7. Ekvivalentna šema IGBT-a sa parazitnim NPN tranzistorom MOSFET-a.**

## 3.2. Modulacija trajanja impulsa

Pri objašnjenju postupaka modulacije trajanja impulsa korišće se sledeći pojmovi:

- *Prednja ivica impulsa* – trenutak kada impuls nastaje.
- *Zadnja ivica impulsa* – trenutak kada impuls prestaje.
- *Modulišući (referentni) signal*  $u_r(t)$  – signal koji treba predstaviti povorkom impulsa promenljivog trajanja i/ili promenljive učestanosti (na primer željeni oblik napona na opterećenju).
- *Nosilac*  $u_c(t)$  – periodičan signal sastavljen od impulsa određenog oblika i učestanosti pomoću koga se vrši modulacija.
- *Perioda odabiranja*  $T_s$  – perioda nosioca.
- *Odbirak modulišućeg signala* - vrednost modulišućeg signala u nekom trenutku.
- *Modulisani signal*  $u_m(t)$  – povorka impulsa promenljivog trajanja i/ili promenljive učestanosti koja nosi informaciju o modulišućem signalu.

Upravljanje prenosom električne energije od izvora ka opterećenju primenom pretvarača sa sopstvenom komutacijom vrši se modulacijom trajanja impulsa. Modulacija trajanja impulsa je postupak generisanja impulsa čije je trajanje srazmerno jednom ili više odbiraka modulišućeg signala. Postoji više postupaka modulacije trajanja impulsa. Generisani impulsi mogu biti konstantne ili promenljive učestanosti. Ukoliko se odabere konstantna učestanost impulsa, postupak modulacije može se vršiti na dva načina: prirodnim ili regularnim odabiranjem. Ukoliko se odabere promenljiva učestanost impulsa, postupak modulacije može se vršiti na tri načina: modulacija trajanja impulsa uz konstantnu pauzu, modulacija trajanja pauze uz konstantno trajanje impulsa i histerezisna modulacija (promenljivo trajanje impulsa i pauze). Kao primer u daljem tekstu biće opisan postupak modulacije trajanja impulsa konstantne učestanosti.

### Prirodno odabiranje

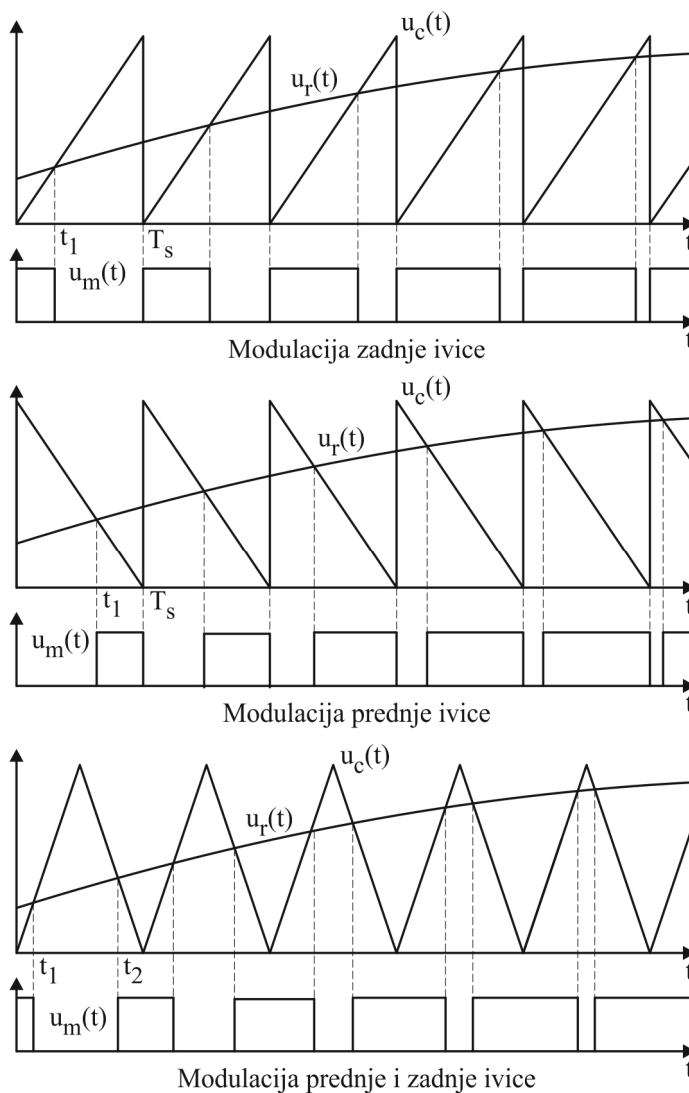
Ovom metodom može se vršiti modulacija položaja prednje, zadnje ili obe ivice impulsa i to tako da položaj ivice impulsa linearno zavisi od vrednosti modulišućeg signala u trenutku pojave ivice impulsa. To se obezbeđuje upotrebom testerastog signala kao nosioca (slika 3.8.). Proces modulacije prirodnim odabiranjem može se opisati matematičkim izrazom (3.1.).

$$u_m(t) = \text{sgn}[u_r(t) - u_C(t)] \quad (3.1.)$$

Razvojem modulisanog signala  $u_m(t)$  u Furijeov red dobija se:

$$u_m(t) = U_{m0} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t) + B_k \sin(k\omega t) \quad (3.2.)$$

Srednja vrednost  $U_{m0}$  i harmonici čija je učestanost manja od učestanosti odabiranja ( $1/T_s$ ) predstavljaju modulišući signal  $u_r(t)$  dok harmonici čija je učestanost veća ili jednaka učestanosti odabiranja predstavljaju harmonijska izobličenja koja se otklanjaju filtrom propusnikom opsega niskih učestanosti, što zahteva da učestanost odabiranja bude mnogo veća od harmonika najveće učestanosti u spektru modulišućeg signala.



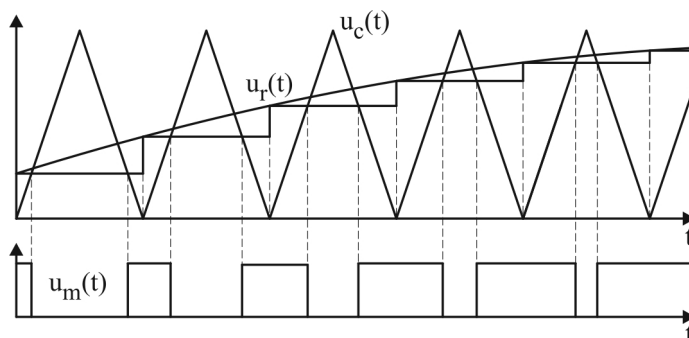
**Slika 3.8. Modulacija trajanja impulsa prirodnim odabiranjem.**

Modulacijom prednje ili zadnje ivice impulsa trajanje impulsa linearno zavisi od odbirka modulišućeg signala u trenutku  $t_1$  kada ta ivica nastaje, pa se ova metoda koristi kod upravljanja DC-DC pretvaračima gde je modulišući signal konstantan ili sporopromenljiv. Modulacijom prednje i zadnje ivice impulsa trajanje impulsa linearno zavisi od dva odbirka

modulišućeg signala (odbirci u trenucima  $t_1$  i  $t_2$ ), što je pogodno za upravljanje DC-AC pretvaračima gde je modulišući signal prostoperiodična funkcija vremena. Zavisnost trajanja impulsa od dva odbirka modulišućeg signala omogućava smanjenje harmonijskih izobličenja modulisanog signala pa samim tim i njegovo lakše filtriranje.

### Regularno odabiranje

Metoda modulacije trajanja impulsa regularnim odabiranjem slična je prethodno opisanoj metodi. Razlika je u tome što modulišući signal, u toku periode odabiranja, ima konstantnu vrednost jednaku vrednosti jednog odbirka u tekućoj periodi odabiranja (slika 3.9.).



*Slika 3.9. Modulacija trajanja impulsa regularnim odabiranjem.*

Ovaj odbirak može biti bilo koji odbirak a najčešće se uzima odbirak na početku, kraju ili sredini periode odabiranja. Ovaj postupak modulacije trajanja impulsa pogodan je kada se, za generisanje modulisanog signala, koristi mikrokontroler. U tom slučaju podaci o modulišućem signalu su uskladišteni u memoriji mikrokontrolera pa su unapred dostupne vrednosti svih odbiraka modulišućeg signala.

## 3.3. Klasifikacija topologija čopera

U upotrebi je više topologija čopera koje se mogu klasifikovati na sledeći način: Klasifikacija prema delu periode u kojoj se vrši prenos energije od izvora ka opterećenju:

- direktni čoper (*forward converter*);
- indirektni čoper (*fly-back converter*).

Klasifikacija prema odnosu ulaznog napona i napona na opterećenju:

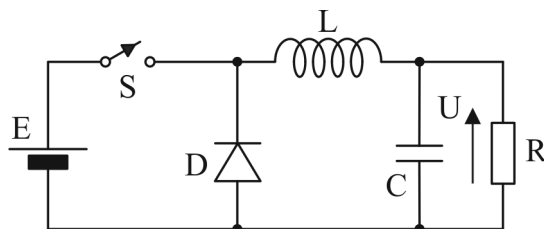
- čoper spuštač napona (*buck converter*);
- čoper podizač napona (*boost converter*);

- čoper spuštač i podizač napona (*buck-boost converter*).

Osim toga čoperi mogu biti:

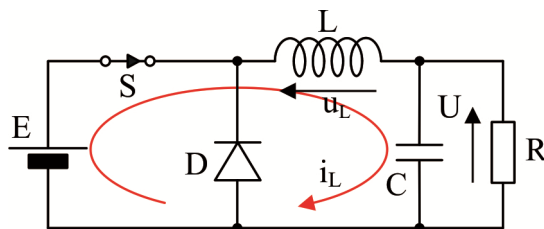
- čoperi sa galvanskom izolacijom između izvora energije i opterećenja;
- čoperi bez galvanske izolacije između izvora energije i opterećenja.

### 3.4. Čoper spuštač napona

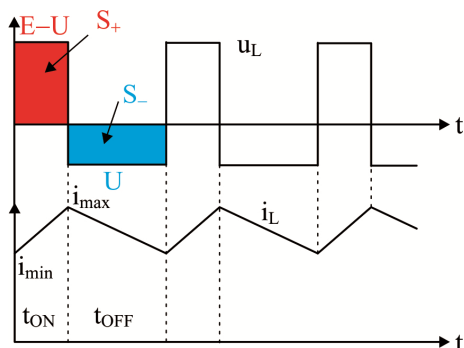


Slika 3.10. Čoper spuštač napona.

Na slici 3.10. prikazana je električna šema čopera spuštača napona bez galvanske izolacije koji se sastoji od izvora jednosmernog napona napajanja E, prekidača S, zamajne diode D, LC filtra propusnika opsega niskih učestanosti i opterećenja R. Tranzistor je predstavljen prekidačem S na kome je smer u kome se može uspostaviti struja obeležen strelicom. Za analizu rada čopera u ustaljenom stanju, smatra se da je rezonantna učestanost filtra dovoljno niska (slabljenje naizmenične komponente napona dovoljno veliko) da se može smatrati da napon na opterećenju nema naizmeničnu komponentu. Uključenjem prekidača S zamajna dioda D postaje inverzno polarisana naponom napajanja E, a napon na prigušnici postaje jednak razlici napona napajanja i napona na opterećenju  $u_L = E - U$  (slika 3.11.). Za vreme dok je prekidač uključen pod dejstvom napona  $u_L$  struja prigušnice  $i_L$  će linearno rasti od minimalne do maksimalne vrednosti (slika 3.12.).

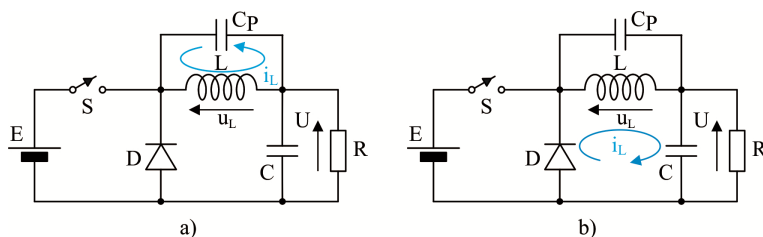


Slika 3.11. Čoper spuštač napona – interval  $t_{ON}$ .



**Slika 3.12. Vremenski dijagram napona i struje prigušnice.**

Isključenjem prekidača nastupa komutacioni proces u kome struja prigušnice iz izvora  $E$  prelazi u zamajnu diodu  $D$ . Ovaj proces prikazan je na slici 3.13. Za objašnjenje procesa komutacije potrebno je uzeti u obzir da se namotaj prigušnice sastoji od niza navojaka koji se nalaze jedan pored drugog tako da među njima, osim magnetne sprege, postoji i kapacitivna sprega predstavljena kondenzatorom  $C_p$ . Neposredno pre isključenja prekidača napon na prigušnici bio je  $u_L = u_{CP} = E - U$ . Po isključenju prekidača, struja prigušnice ostaje ista po smeru i intenzitetu i zatvara se kroz kondenzator  $C_p$  (slika 3.13.a). U narednom periodu kondenzator se prazni i puni na drugu stranu. Inverzni napon zamajne diode je  $u_{Di} = U + u_L = U + u_{CP}$  i postaje jednak nuli kada napon na kondenzatoru  $C_p$  postane jednak naponu na opterećenju u suprotnom smeru. U tom trenutku struju prigušnice preuzima zamajna dioda (slika 3.13.b), pa je izlazni napon čopera jednak nuli a napon na prigušnici jednak je naponu na opterećenju  $u_L = -U$  pod čijim dejstvom struja prigušnice linearno opada i dostiže minimalnu vrednost na kraju periode (slika 3.12.).



**Slika 3.13. Proces komutacije.**

U ustaljenom stanju, srednje vrednosti napona i struja ostaju iste u svakoj narednoj periodi. Napon na prigušnici je:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (3.3.)$$

U ustaljenom stanju, u toku jedne periode rada čopera, ukupna promena struje prigušnice jednaka je nuli:

$$\Delta i_L = \frac{1}{L} \int_0^T u_L dt = 0 \Rightarrow \int_0^T u_L dt = 0 \quad (3.4.)$$

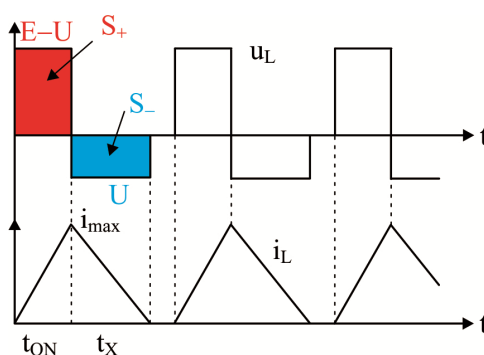
Odakle sledi da je, u ustaljenom stanju, površina napona na prigušnici jednaka nuli, pa je, prema oznakama na slici 3.12.:

$$S_+ = S_- \Rightarrow (E - U)t_{ON} = Ut_{OFF} \quad (3.5.)$$

Odakle sledi da je srednja vrednost napona na opterećenju:

$$U = E \frac{t_{ON}}{T} = ED \quad (3.6.)$$

Smanjivanjem struje opterećenja smanjuje se srednja vrednost struje prigušnice i kada minimalna trenutna vrednost struje postane jednaka nuli čoper se nalazi na granici prekidnog režima rada, jer daljim smanjenjem srednje vrednosti struje opterećenja, struja prigušnice postaje prekidna slika 3.14.



**Slika 3.14. Prekidni režim rada.**

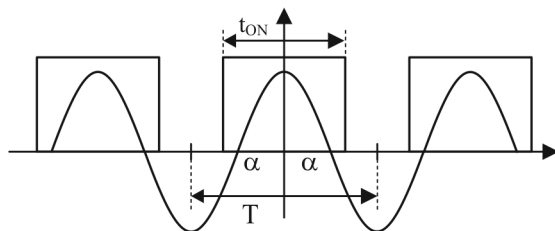
Iz uslova da je, u ustaljenom stanju, površina napona na prigušnici jednaka nuli sledi da je:

$$S_+ = S_- \Rightarrow (E - U)t_{ON} = Ut_X \quad (3.7.)$$

Odakle sledi da je napon na opterećenju:

$$U = E \frac{t_{ON}}{t_{ON} + t_X} > ED \quad (3.8.)$$

Izlazni napon čopera (napon na zamajnoj diodi D) je povorka impulsa, koja osim željene jednosmerne komponente ima značajan sadržaj naizmenične komponente (slika 3.15.).



**Slika 3.15. Osnovni harmonik izlaznog napona čopera.**

Najveći uticaj na naizmeničnu komponentu napona na opterećenju ima osnovni harmonik izlaznog napona čopera. Amplituda osnovnog harmonika je:

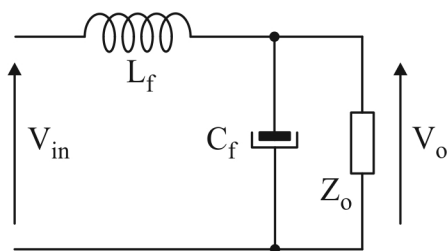
$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} E \cos(x) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} E \cos(x) dx \quad (3.9.)$$

$$A_1 = \frac{E}{\pi} \sin(x) \Big|_{-\alpha}^{\alpha} = \frac{2E}{\pi} \sin(\alpha) = \frac{2E}{\pi} \sin\left(\pi \frac{t_{ON}}{T}\right) \quad (3.10.)$$

i ima najveću vrednost kada je  $t_{on} = \frac{T}{2}$  jer je tada  $\sin\left(\pi \frac{t_{ON}}{T}\right) = 1$ :

$$A_1 = \frac{2E}{\pi}. \quad (3.11.)$$

Zadatak izlaznog filtra čopera (slika 3.16.) je da smanji valovitost napona na opterećenju, pa se zato, prilikom njegovog projektovanja, postavlja zahtev da se ne prekorači maksimalno dozvoljena valovitost napona na opterećenju. Valovitost napona ( $V_{pp}$ ) definiše se kao razlika između maksimalne i minimalne trenutne vrednosti napona.



**Slika 3.16. Izlazni filter čopera.**

Funkcija prenosa izlaznog filtra je:



$$V_o = V_{in} \frac{Z_e}{sL_f + Z_e} \quad \text{gde je} \quad Z_e = \frac{Z_o \cdot \frac{1}{sC_f}}{Z_o + \frac{1}{sC_f}} = \frac{Z_o}{Z_o \cdot sC_f + 1} \quad (3.12.)$$

pa je:

$$G(s) = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{Z_e}{sL_f + Z_e} = \frac{\frac{Z_o}{Z_o \cdot sC_f + 1}}{sL_f + \frac{Z_o}{Z_o \cdot sC_f + 1}} \quad (3.13.)$$

$$G(s) = \frac{1}{1 - \omega^2 L_f C_f + s \frac{L_f}{Z_o}} \quad (3.14.)$$

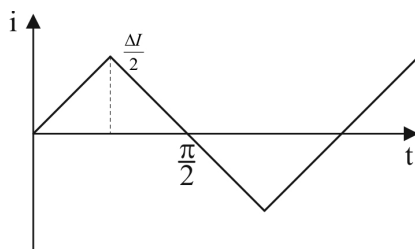
odnosno:

$$G(s) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + s \frac{L_f}{Z_o}} \approx \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad \text{gde je} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}} \quad (3.15.)$$

Da bi se postigla zadovoljavajuće mala valovitost napona na opterećenju, potrebno je odabrati elemente filtra tako da je:

$$\frac{A_1}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2} = A_1 \cdot \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2 < \frac{V_{PP}}{2} \Rightarrow L_f C_f > \frac{A_1}{V_{PP}} \cdot \frac{2}{\omega_1^2} \quad (3.16.)$$

Osim toga, potrebno je odabrati induktivnost prigušnice tako da se ne prekorači maksimalno dozvoljena efektivna vrednost struje kondenzatora. Imajući u vidu da je talasnost napona na opterećenju veoma mala, to će i talasnost struje opterećenja biti veoma mala pa se može smatrati da je efektivna vrednost struje kondenzatora jednaka efektivnoj vrednosti naizmjenične komponente struje prigušnice prikazane na slici 3.17.



**Slika 3.17. Vremenski dijagram naizmjenične komponente struje prigušnice.**

Efektivna vrednost struje kondenzatora je:

$$I_{CRMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(x)^2 dx} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot 4 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\Delta I}{\pi} \cdot x\right)^2 dx} \quad (3.17.)$$

$$I_{CRMS} = \sqrt{\frac{4}{2\pi} \cdot \left(\frac{\Delta I}{\pi}\right)^2 \cdot x^3 \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}} = \frac{\Delta I}{2\sqrt{3}} \quad (3.18.)$$

Ako se ima u vidu da je:

$$\Delta I = \frac{E-U}{L_f} \cdot \frac{T}{2} ; U = E \frac{t_{on}}{T} = \frac{E}{2} ; \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} \Rightarrow \Delta I = \frac{E}{2L_f} \cdot \frac{\pi}{\omega}, \quad (3.19.)$$

efektivna vrednost naizmjenične komponente struje kondenzatora je:

$$I_{CRMS} = \frac{\pi}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{E}{L_f \omega} \quad (3.20.)$$

Ako bi se u razmatranje uzeo samo osnovni harmonik izlaznog napona čopera, može se smatrati da je čoper kratkospojen prigušnicom  $L_f$  jer je napon na opterećenju koji potiče od naizmjenične komponente izlaznog napona čopera približno jednak nuli. U tom slučaju efektivna vrednost osnovnog harmonika struje prigušnice je:

$$I_{1RMS} = \frac{U_{1RMS}}{L_f \omega} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot E}{L_f \omega} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E}{L_f \omega} \quad (3.21.)$$

$$\frac{I_{1RMS}}{I_{CRMS}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\pi}}{\frac{\pi}{4\sqrt{3}}} = \frac{4\sqrt{6}}{\pi^2} = 0.993 \quad (3.22.)$$

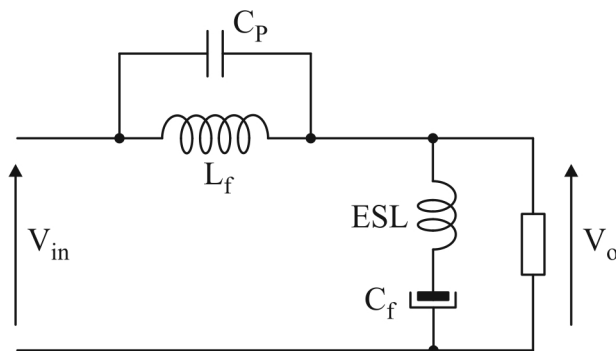
što pokazuje da naizmjenična struja kondenzatora potiče uglavnom od osnovnog harmonika izlaznog napona čopera. Potrebno je da ova struja bude manja od maksimalno dozvoljene efektivne vrednosti struje kondenzatora:

$$I_{1RMS} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E}{L_f \omega} < I_{CRMS \max} \Rightarrow L_f > \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E}{\omega I_{CRMS \max}} \quad (3.23.)$$

Iz izraza (3.16.) i (3.23.) sledi da su kriterijumi za izbor elemenata filtra:

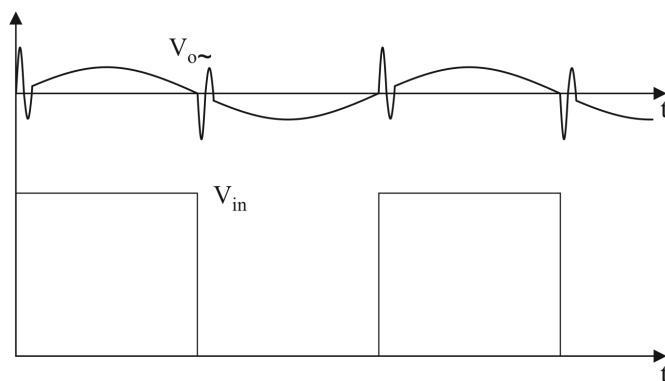
$$L_f > \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E}{\omega I_{C_{RMS \max}}} \quad C_f > \frac{A_1}{V_{PP}} \cdot \frac{2}{L_f \omega_1^2}$$

Ako se uzmu u obzir parazitna kapacitivnost prigušnice  $C_p$  i ekvivalentna serijska induktivnost kondenzatora ESL, ekvivalentna šema filtra prikazana je na slici 3.18.



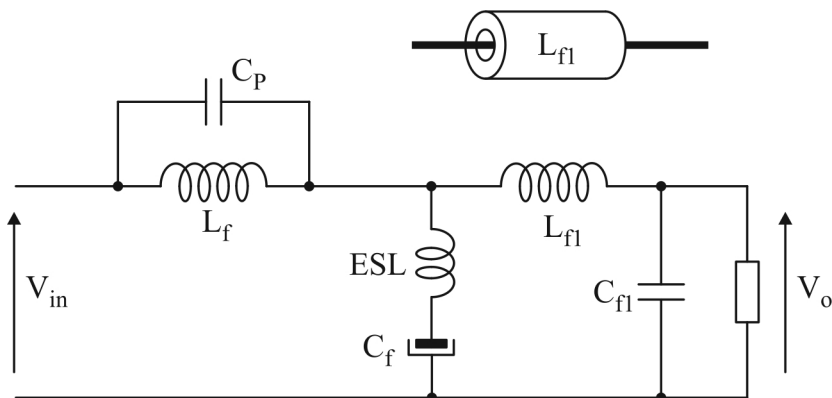
**Slika 3.18. Parazitni elementi filtra.**

sa slike se vidi da je filter propusnik opsega niskih učestanosti ( $L_f$ ,  $C_f$ ) premošćen filtrom propusnikom opsega visokih učestanosti ( $C_p$ , ESL) što dovodi do povećanja valovitosti napona na opterećenju kao što je prikazano na slici 3.19.



**Slika 3.19. Talasnost napona na opterećenju.**

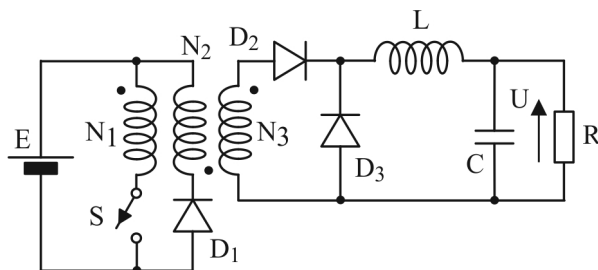
Zbog toga se može ukazati potreba za ugradnjom dodatnog filtra propusnika opsega niskih učestanosti ( $L_{f1}$ ,  $C_{f1}$ ) sa prigušnicom  $L_{f1}$  koja ima malu parazitnu kapacitivnost i kondenzatorom  $C_{f1}$  sa malom ekvivalentnom serijskom induktivnošću kao što je prikazano na slici 3.20.



*Slika 3.20. Modifikovani izlazni filter čopera.*

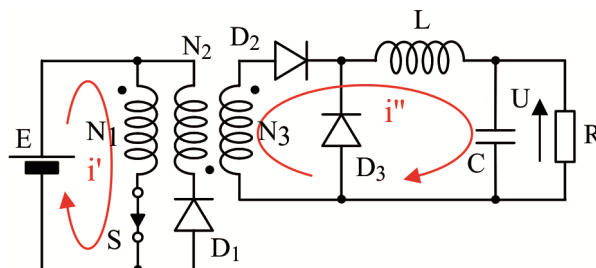
### 3.5. Direktni čoper sa galvanskom izolacijom

Kada se kao izvor napajanja koristi ispravljeni mrežni napon, potrebno je, iz razloga bezbednosti, obezbediti galvansku izolaciju između izvora napajanja i opterećenja. Na slici 3.21. prikazan je direktni čoper sa galvanskom izolacijom.



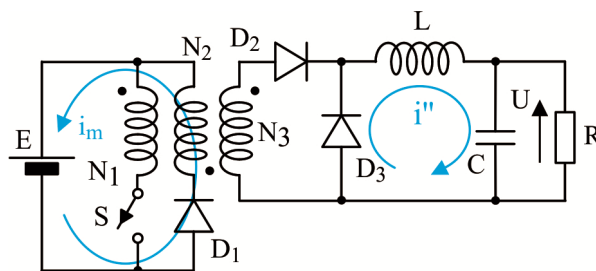
*Slika 3.21. Direktni čoper sa galvanskom izolacijom.*

Uključenjem prekidača S primarni namotaj  $N_1$  priključuje se na izvor jednosmernog napona  $E$  (slika 3.22.). Na namotajima  $N_2$  i  $N_3$  indukuje se napon srazmeran broju navojaka na ovim namotajima. Dioda  $D_1$  postaje inverzno polarisana zbirom napona napajanja i indukovano napona na namotaju  $N_2$ . Pod dejstvom napona  $U_{N_3}$ , dioda  $D_2$  postaje provodna i uspostavlja se linearno rastuća struja prigušnice  $i''$ , tako da će struja primarnog namotaja  $i'$  biti jednaka zbiru preslikane struje sekundara i linearno rastuće struje magnećenja transformatora (slika 3.24.).



**Slika 3.22. Direktni čoper sa galvanском izolacijom – interval  $t_{ON}$ .**

Po isteku aktivnog dela periode prekidač S se isključuje. Odmah zatim kroz neki od namotaja transformatora mora se uspostaviti struja koja odgovara akumuliranoj magnetnoj energiji u jezgri transformatora, sa smerom da „ulazi u tačku“ (jer smer fluksa mora da ostane isti). Zaprečna dioda  $D_2$  sprečava da se struja magnećenja transformatora  $i_m$  uspostavi kroz namotaj  $N_3$ , tako da će se ona uspostaviti kroz povratnu diodu  $D_1$  i namotaj  $N_2$  čime se magnetna energija iz transformatora vraća u izvor jednosmernog napona E. Istovremeno se struja prigušnice zatvara kroz zamajnu diodu  $D_3$  (slika 3.23.).



**Slika 3.23. Direktni čoper sa galvanском izolacijom – interval  $t_{OFF}$ .**

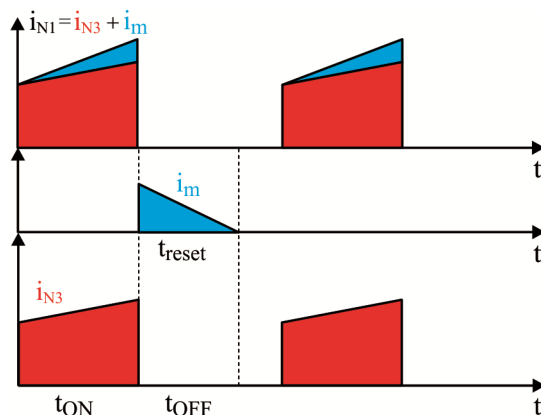
Sada je namotaj  $N_2$  priključen na izvor jednosmernog napona E pa je napon na prekidaču jednak zbiru napona napajanja E i indukovano napona na namotaju  $N_1$  dok je zaprečna dioda inverzno polarisana indukovanim naponom na namotaju  $N_3$ . Za vreme dok je prekidač bio uključen, fluks u jezgri transformatora je rastao od nule do maksimalne vrednosti. Ukupna promena fluksa je:

$$\Delta\phi_{ON} = \frac{Et_{ON}}{N_1} \quad (3.24.)$$

Po isključenju prekidača vrši se demagnetizacija transformatora tako što se namotaj  $N_2$  priključuje na jednosmerni izvor napajanja E preko povratne diode  $D_1$ . Vreme potrebno za demagnetizaciju transformatora je:

$$t_{RESET} = \frac{N_2\Delta\phi_{ON}}{E} \quad (3.25.)$$

i to vreme mora biti manje od  $t_{OFF}$  da bi se transformator demagnetizovao i pripremio za sledeću periodu rada.



*Slika 3.24. Vremenski dijagrami struja transformatora.*

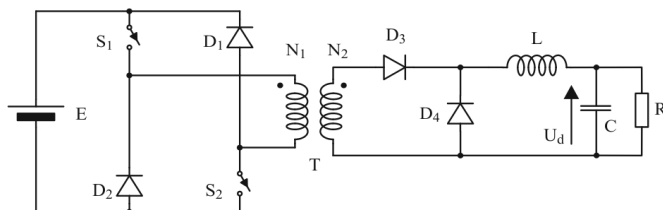
Uloga zaprečne diode je da spreči uspostavljanje struje magnećenja kroz namotaj  $N_3$  i zamajnu diodu  $D_3$  jer bi u tom slučaju napon na namotaju  $N_3$ , pa i na ostalim namotajima, bio približno jednak nuli što ne bi bilo dovoljno za demagnetizaciju transformatora do početka naredne periode rada.

### 3.6. Asimetrični mosni pretvarač

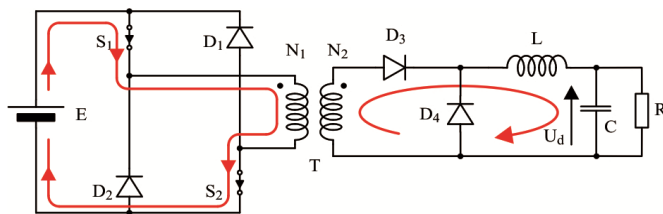
Direktni čoper sa galvanskom izolacijom ima dva nedostatka:

- Napon na prekidaču je značajno veći od napona jednosmernog napajanja;
- Potreban je dodatni namotaj za demagnetizaciju transformatora.

Ovi nedostaci su otklonjeni kod asimetričnog mosnog pretvarača prikazanog na slici 3.25. Kod ovog pretvarača, prekidači  $S_1$  i  $S_2$  se istovremeno uključuju i isključuju. Uključenjem prekidača  $S_1$  i  $S_2$  primar transformatora se priključuje na izvor jednosmernog napajanja  $E$  (slika 3.26.). Struja primara transformatora jednaka je zbiru preslikane struje sekundara i struje magnećenja.

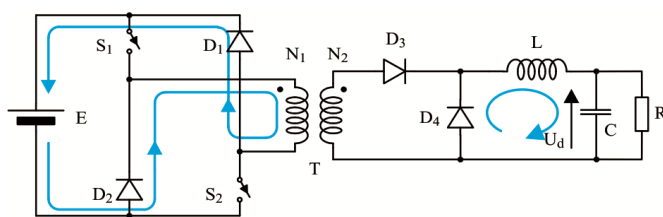


*Slika 3.25. Asimetrični mosni pretvarač.*



**Slika 3.26. Asimetrični mosni pretvarač – interval  $t_{ON}$ .**

Po isteku aktivnog dela periode prekidači  $S_1$  i  $S_2$  se isključuju. S obzirom na to da zaprečna dioda  $D_3$  sprečava da se struja magnećenja transformatora uspostavi kroz namotaj  $N_2$ , ova struja će se uspostaviti kroz namotaj  $N_1$  i povratne diode  $D_1$  i  $D_2$  slika 3.27.

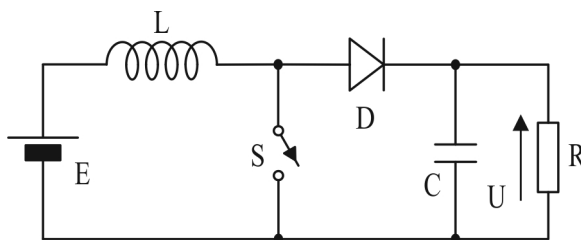


**Slika 3.27. Asimetrični mosni pretvarač – interval  $t_{OFF}$ .**

U narednom periodu vrši se demagnetizacija transformatora tako što je namotaj  $N_1$  preko povratnih dioda  $D_1$  i  $D_2$  priključen na izvor jednosmernog napajanja  $E$  u suprotnom smeru. Naponi na prekidačima su jednaki naponu jednosmernog napajanja  $E$  jer je pad napona na povratnim diodama  $D_1$  i  $D_2$  približno jednak nuli. Time su otklonjeni nedostaci direktnog čopera sa galvanskom izolacijom jer se demagnetizacija transformatora vrši preko primarnog namotaja a napon na prekidačima ne prelazi napon jednosmernog napajanja  $E$ .

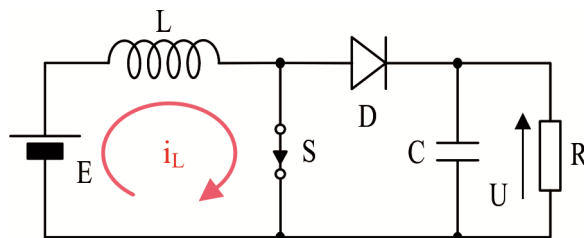
### 3.7. Čoper podizač napona

Za napajanje uređaja koji zahtevaju napon napajanja viši od napona jednosmernog izvora koristi se čoper podizač napona prikazan na slici 3.28.



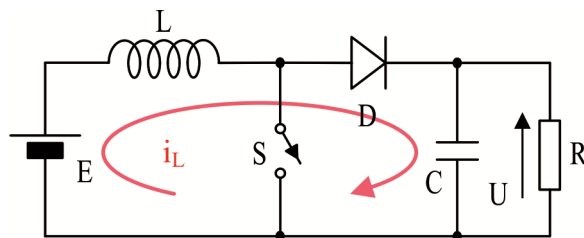
**Slika 3.28. Čoper podizač napona.**

Kod ove topologije pretvarača, za prebacivanje energije iz jednosmernog izvora nižeg napona ka opterećenju na kome je viši napon, koristi se magnetna energija prigušnice. Uključenjem prekidača prigušnica se priključuje na izvor jednosmernog napajanja  $E$  (slika 3.29.). Dioda je inverzno polarisana naponom na opterećenju koje se snabdeva energijom iz kondenzatora. Pod dejstvom napona  $E$  struja prigušnice linearno raste od minimalne do maksimalne vrednosti (slika 3.31.).



**Slika 3.29. Čoper podizač napona – interval  $t_{ON}$ .**

Po isteku intervala  $t_{ON}$ , prekidač se isključuje. U narednom vremenskom intervalu ( $t_{OFF}$ ) struja prigušnice, koja je posledica nagomilane magnetne energije, skreće kroz zaprečnu diodu ka opterećenju, prenoseći energiju iz jednosmernog izvora i prigušnice ka opterećenju (slika 3.30.).



**Slika 3.30. Čoper podizač napona – interval  $t_{OFF}$ .**

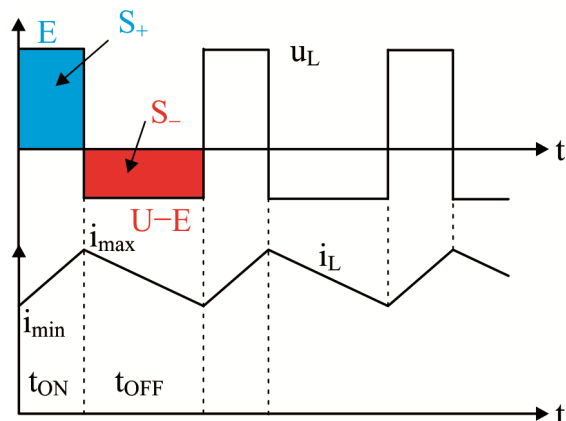
U ovom periodu napon na prigušnici menja smer i postaje jednak razlici napona na opterećenju i napona jednosmernog napajanja. Pod dejstvom tog napona struja prigušnice opada od maksimalne do minimalne vrednosti (slika 3.31.). U ustaljenom stanju srednja vrednost napona na prigušnici jednaka je nuli:

$$Et_{ON} = (U - E)t_{OFF} \quad (3.26.)$$

odakle sledi da je:

$$U = E \frac{1}{\frac{t_{OFF}}{T}} = E \frac{1}{\frac{T - t_{ON}}{T}} = E \frac{1}{1 - \frac{t_{ON}}{T}} = E \frac{1}{1 - D} = E \frac{1}{D'} \quad (3.27.)$$



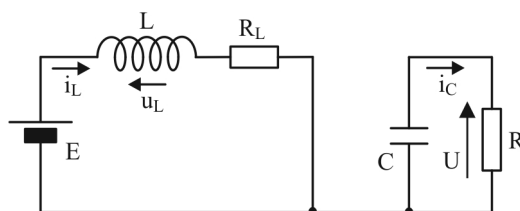


**Slika 3.31. Vremenski dijagram napona i struje prigušnice.**

Iz izraza (3.27.) vidi se da će napon na opterećenju biti jednak naponu jednosmernog izvora ako je  $D = 0$  i da će rasti sa povećanjem aktivnog dela periode čime je potvrđeno da je ovo čoper podizač napona. Iz izraza (3.27.) takođe sledi da će napon na opterećenju biti beskonačno veliki ako je  $D = 1$ , što nije moguće, jer ako je  $D = 1$ , to znači da je  $t_{ON} = T$  odnosno  $t_{OFF} = 0$  odakle sledi da se prekidač nikada ne isključuje pa stoga neće biti prenosa energije iz jednosmernog izvora ka opterećenju, tako da će napon na opterećenju biti jednak nuli. Nedostatak izraza (3.27.) je u tome što su, pri njegovom izvođenju, zanemareni svi gubici u kolu koji realno postoje (gubici zbog otpornosti namotaja prigušnice, gubici u magnetnom materijalu prigušnice i gubici u poluprovodničkim prekidačkim elementima). Uticaj gubitaka na funkciju prenosa  $U(D)$  može se pokazati ako se uzme u obzir samo otpornost namotaja prigušnice a ostali gubici se zanemare. Osim toga, može se smatrati da prigušnica ima dovoljno veliku induktivnost, tako da je naizmenična komponenta njene struje zanemarljivo mala i da je kapacitivnost kondenzatora dovoljno velika da se može zanemariti naizmenična komponenta napona na opterećenju. Na slici 3.32. prikazana je ekvivalentna šema čopera u intervalu  $t_{ON}$ . U tom intervalu napon na prigušnici i struja kondenzatora su:

$$U_L = E - R_L I_L \quad (3.28.)$$

$$I_C = \frac{U}{R} \quad (3.29.)$$

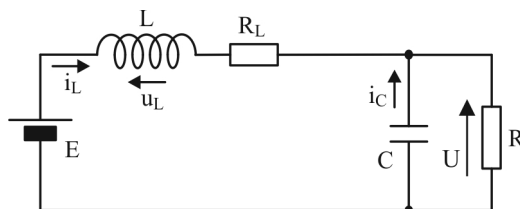


**Slika 3.32. Ekvivalentna šema čopera – interval  $t_{ON}$ .**

Na slici 3.33. prikazana je ekvivalentna šema čopera u intervalu  $t_{OFF}$ . U tom intervalu napon na prigušnici i struja kondenzatora su:

$$U_L = E - U - R_L I_L \quad (3.30.)$$

$$I_C = \frac{U}{R} - I_L \quad (3.31.)$$



**Slika 3.33. Ekvivalentna šema čopera – interval  $t_{OFF}$ .**

U ustaljenom stanju srednja vrednost napona na prigušnici i srednja vrednost struje kondenzatora moraju biti jednaki nuli pa iz izraza (3.28.) do (3.31.) sledi:

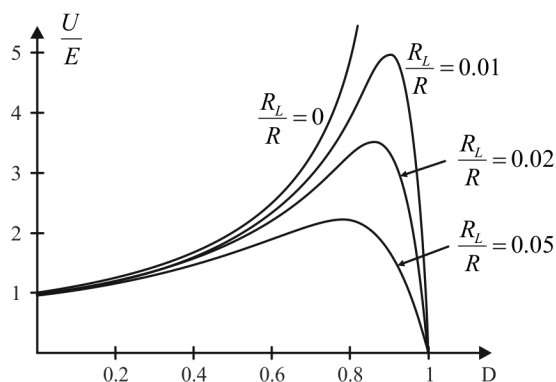
$$(E - R_L I_L) \cdot (1 - D') = (U + R_L I_L - E) \cdot D' \quad D' = \frac{t_{OFF}}{T} \quad (3.32.)$$

$$\frac{U}{R} (1 - D') = \left( I_L - \frac{U}{R} \right) D' \quad (3.33.)$$

Eliminacijom  $I_L$  i svodenjem dobija se:

$$U(D') = E \cdot \frac{1}{D' + \frac{R_L}{RD'}} = \left[ E \cdot \frac{1}{D'} \right] \cdot \left[ \frac{1}{1 + \frac{R_L}{RD'^2}} \right] \quad (3.34.)$$

Na slici 3.34. prikazana je funkcija prenosa  $U(D)$  za nekoliko vrednosti  $R_L/R$ .



**Slika 3.34. Funkcija prenosa pretvarača.**

Iz izraza (3.34.) vidi se da se funkcija prenosa  $U(D')$  sastoji od dva člana. Prvi član odgovara izrazu (3.27.) koji je izveden uz zanemarivanje gubitaka u kolu. Drugi član predstavlja uticaj gubitaka na funkciju prenosa koji imaju sve veći uticaj sa povećanjem aktivnog dela periode (jer se smanjuje  $D'$ ).

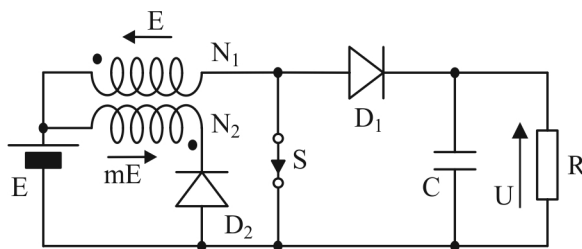
Napon na opterećenju dostiže maksimalnu vrednost kada prvi izvod funkcije prenosa  $U(D')$  postane jednak nuli:

$$\frac{dU(D')}{dD'} = \frac{\frac{R_L}{RD'^2} - 1}{\left(D' + \frac{R_L}{RD'}\right)^2} = 0 \Rightarrow D' = \sqrt{\frac{R_L}{R}} \quad (3.35.)$$

Maksimalna vrednost napona na opterećenju je:

$$U_{MAX} = E \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{R_L}{R}}} \quad (3.36.)$$

Ako se opterećenje, napajano čoperom podizačem napona, isključi sa napajanja a pri tom se aktivni deo periode ne smanji na nulu, doći će do stalnog povećavanja napona na kondenzatoru. U svakoj periodi rada čopera prenese se neka količina energije iz izvora ka opterećenju. Ova energija skladišti se u kondenzatoru pa napon na kondenzatoru stalno raste jer se njegova elektrostatička energija ne troši. Jedan od načina da se ograniči napon na kondenzatoru prikazan je na slici 3.35.

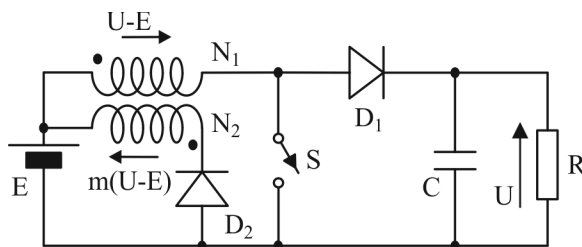


**Slika 3.35. Čoper podizač napona sa ograničavačem napona na opterećenju – interval  $t_{ON}$ .**

U toku aktivnog dela periode napon na namotaju  $N_1$  jednak je naponu napajanja pa je napon na namotaju  $N_2$  jednak  $mE$  ( $m=N_2/N_1$ ). Dioda  $D_2$  je inverzno polarisana naponom  $(1+m)E$  zbog čega namotaj  $N_2$  i dioda  $D_2$  nemaju uticaja na rad pretvarača.

Po isključenju prekidača (slika 3.36.) provede zaprečna dioda  $D_1$ , napon na namotaju  $N_1$  postaje jednak  $(U-E)$ , pa će napon na namotaju  $N_2$  biti:  $m(U-E)$ . Napon inverzne polarizacije diode  $D_2$  je:

$$U_{Di} = E - m(U - E) \quad (3.37.)$$

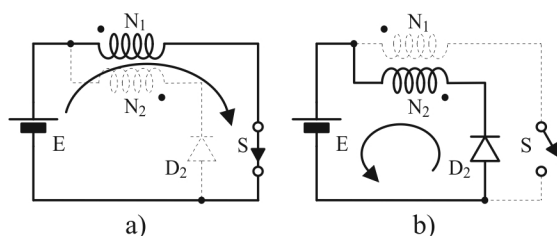


**Slika 3.36. Čoper podizač napona sa ograničavačem napona na opterećenju – interval  $t_{OFF}$ .**

Dioda  $D_2$  prestaje da bude inverzno polarisana kada napon na opterećenju dostigne vrednost:

$$U_{Di} = E - m(U - E) = 0 \Rightarrow U = E \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \quad (3.38.)$$

Dalji porast napona na opterećenju nije moguć jer će se magnetna energija akumulirana u prigušnici za vreme  $t_{ON}$  (slika 3.37.a) vratiti u izvor za vreme  $t_{OFF}$  (slika 3.37.b). Ukoliko se u periodu  $t_{OFF}$  ne izvrši potpuna demagnetizacija transformatora koga čine namotaji  $N_1$  i  $N_2$ , doći će do stalnog rasta struje prekidača što će se prekinuti delovanjem prekostrujne zaštite.



**Slika 3.37. Proces vraćanja magnetne energije prigušnice.**

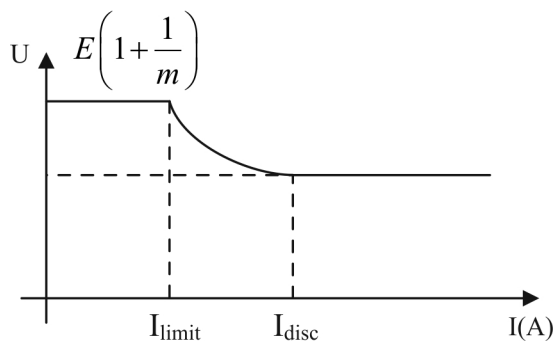
Na slici 3.38. prikazana je izlazna karakteristika pretvarača. Za velike struje opterećenja struja prigušnice koju čini namotaj  $N_1$  je kontinualna pa je napon na opterećenju konstantan i dat je izrazom (3.27.).

Smanjenjem struje opterećenja smanjuje se i srednja vrednost struje prigušnice. Granica prekidnog režima rada ( $I_{disc}$ ) dostiže se kada minimalna trenutna vrednost struje prigušnice postane jednaka nuli. Daljim smanjenjem struje opterećenja, struja prigušnice postaje prekidna. Iz uslova da je, u ustaljenom stanju, srednja vrednost napona na prigušnici jednaka nuli, sledi:

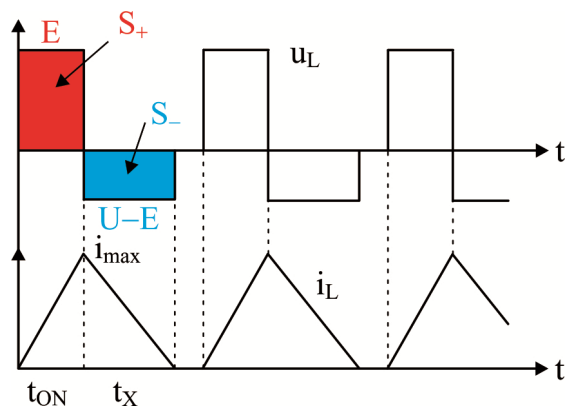
$$Et_{ON} = (U - E)t_X \Rightarrow U = E \left( 1 + \frac{t_{ON}}{t_X} \right) \quad (3.39.)$$

$$t_X < t_{OFF} \Rightarrow U = E \left( 1 + \frac{t_{ON}}{t_X} \right) > E \frac{T}{t_{OFF}} \quad (3.40.)$$

što je prikazano na slici 3.39. odakle se vidi da napon na opterećenju raste za struje manje od granične struje prekidnog režima  $I_{disc}$ . Rast napona na opterećenju prekida se kada dostigne vrednost  $E(1+1/m)$  kada, u periodu  $t_{OFF}$ , počinje da provodi dioda  $D_2$ .



Slika 3.38. Izlazna karakteristika pretvarača.

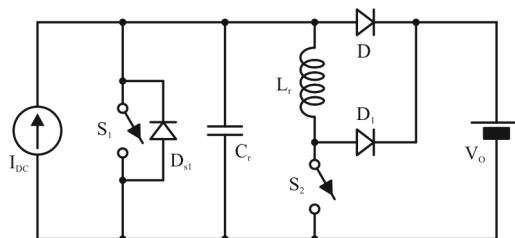


Slika 3.39. Vremenski dijagram napona i struje prigušnice u prekidnom režimu rada.

### 3.8. Čoper podizač napona sa mekom komutacijom

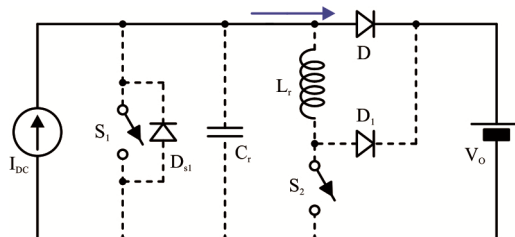
Prethodno je pokazano da gubici imaju značajan uticaj na funkciju prenosa pretvarača. Sa slike 3.34. i iz izraza (3.36.) vidi se da se smanjenjem gubitaka povećava maksimalna vrednost napona koji se može postići na opterećenju. Jedna od mogućnosti smanjenja ukupnih gubitaka je smanjenje gubitaka pri uključenju i isključenju prekidača. U tu svrhu koristi se pomoćno kolo za meku komutaciju čija je uloga da obezbedi da napon na prekidaču bude jednak nuli u trenutku uključenja i da struja prekidača bude jednaka nuli u

trenutku njegovog isključenja. Jedno od rešenja za čoper podizač napona prikazano je na slici 3.40. gde pomoćno kolo za meku komutaciju čine  $L_r$ ,  $C_r$ ,  $D_1$  i  $S_2$ . Radi lakše analize rada ovog pretvarača može se smatrati da je induktivnost prigušnice dovoljno velika da se njena struja neće značajno promeniti u toku komutacionog perioda zbog čega je ona predstavljena strujnim generatorom  $I_{DC}$ .



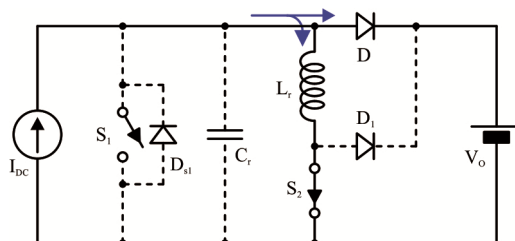
**Slika 3.40. Čoper podizač napona sa mekom komutacijom.**

Analiza rada pretvarača može se početi od intervala kada je prekidač  $S_1$  isključen (interval  $t_{OFF}$ ) slika 3.41. U tom periodu provodi zaprečna dioda  $D$  čime se energija prenosi od jednosmernog izvora napajanja ka opterećenju. U ovom intervalu prekidač  $S_2$  takođe je isključen.



**Slika 3.41. Stanje u kolu pre početka procesa isključenja tranzistora  $S_1$ .**

Po isteku vremena  $t_{OFF}$  uključuje se prekidač  $S_2$  (slika 3.42.) čime započinje priprema kola za uključenje prekidača  $S_1$ . Uključenjem prekidača  $S_2$  prigušnica  $L_r$  se, preko diode  $D$ , priključuje na izlazni napon pretvarača  $V_o$  usled čega struja prigušnice počinje linearno da raste. Sa porastom struje prigušnice  $L_r$  opada struja diode  $D$  jer je zbir ove dve struje jednak struji strujnog generatora  $I_{DC}$ .



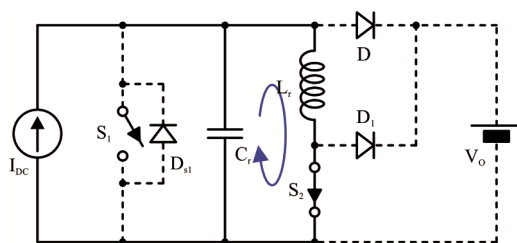
**Slika 3.42. Uključenje pomoćnog tranzistora  $S_2$ .**

Kada struja prigušnice  $L_r$  dostigne struju strujnog generatora  $I_{DC}$ , prestaje da provodi dioda  $D$  pa se formira oscilatorno kolo  $L_r C_r$  što je prikazano na slici 3.43. Vreme potrebno da struja prigušnice dostigne struju strujnog generatora  $I_{DC}$  je:

$$t_1 = \frac{L_r I_{DC}}{V_O} \quad (3.41.)$$

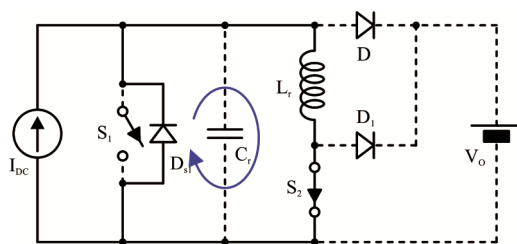
Po isteku vremena  $t_1$  kondenzator  $C_r$  se prazni po kosinusnoj funkciji preko prigušnice  $L_r$  dok će se struja strujnog generatora zatvarati kroz prigušnicu  $L_r$  i neće uticati na prelaznu pojavu jer ne izaziva pad napona na prigušnici. Kondenzator će se isprazniti u toku jedne četvrtine periode oscilovanja LC oscilatornog kola:

$$t_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \sqrt{L_r C_r} \quad (3.42.)$$



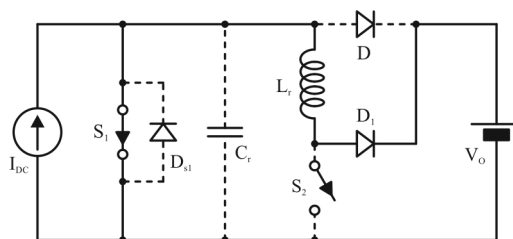
**Slika 3.43. Formiranje LC oscilatornog kola.**

Po isteku vremena  $t_2$ , dioda  $D_{S1}$  prestaje da bude inverzno polarisana i ona preuzima razliku struje prigušnice  $L_r$  i struje strujnog generatora  $I_{DC}$  (slika 3.44.) pri čemu se višak energije prigušnice (u odnosu na  $\frac{1}{2} L_r I_{DC}^2$ ) troši na diodi  $D_{S1}$ .



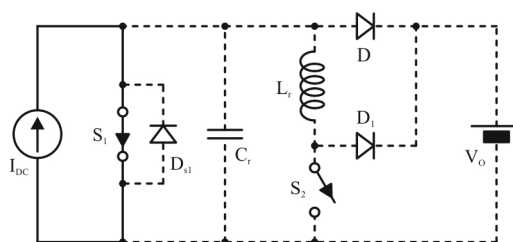
**Slika 3.44. Uključenje antiparalelne diode  $D_{S1}$ .**

Napon na prekidaču  $S_1$  postaje jednak nuli po isteku vremena  $t_1 + t_2$  pa se tada može uključiti prekidač  $S_1$  i isključiti prekidač  $S_2$  što je prikazano na slici 3.45. Prigušnica  $L_r$  sada je priključena na izlazni napon pretvarača ( $V_O$ ) preko prekidača  $S_1$  ili diode  $D_{S1}$  (zavisno od toga da li je struja prigušnice  $L_r$  veća ili manja od struje strujnog generatora  $I_{DC}$ ) i diode  $D_1$  zbog čega njena struja linearno opada dok struja prekidača  $S_1$  linearno raste jer je zbir ove dve struje jednak struji strujnog generatora  $I_{DC}$ .



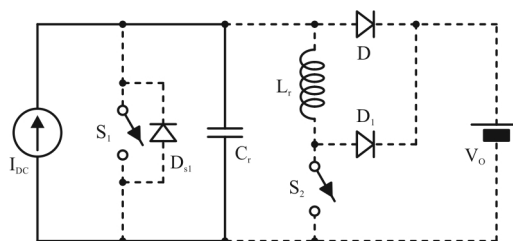
**Slika 3.45. Prebacivanje magnetne energije prigušnice  $L_r$  u kolo opterećenja.**

Kada struja prigušnice  $L_r$  opadne na nulu, prestaje da provodi dioda  $D_1$  čime je proces uključivanja prekidača  $S_1$  završen (slika 3.46.).



**Slika 3.46. Kraj procesa uključivanja tranzistora  $S_1$ .**

Proces isključenja prekidača  $S_1$  prikazan je na slici 3.47. Po isključenju prekidača  $S_1$  struja strujnog generatora  $I_{DC}$  se zatvara kroz kondenzator  $C_r$  zbog čega napon na njemu (pa i na prekidaču  $S_1$ ) linearno raste. Kada napon na kondenzatoru  $C_r$  dostigne napon na opterećenju, dioda  $D$  prestaje da bude inverzno polarisana i preuzima struju strujnog generatora  $I_{DC}$  što je prikazano na slici 3.41.



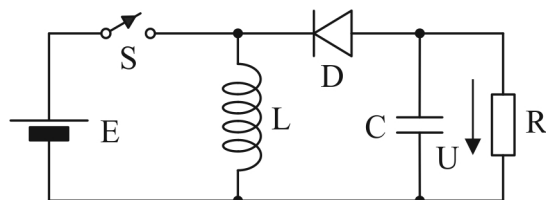
**Slika 3.47. Isključenje tranzistora  $S_1$ .**

### 3.9. Čoper spuštač i podizač napona

Na slici 3.48. prikazan je čoper koji može da radi kao spuštač i kao podizač napona. Princip rada ovog pretvarača je taj da se u periodu  $t_{ON}$  u prigušnici akumulira magnetna

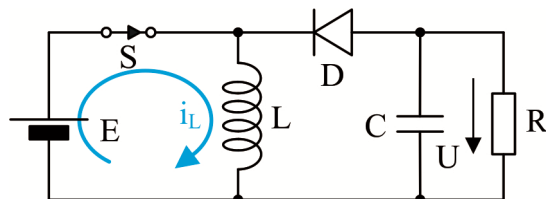


energija uzeta iz izvora jednosmernog napajanja E. U periodu  $t_{OFF}$  ta energija se prenosi ka opterećenju. S obzirom na to kako je postavljena dioda napon na opterećenju mora imati smer prikazan na slici. To znači da ovaj pretvarač vrši inverziju napona na opterećenju odnosno pozitivan pol napona na opterećenju u galvanskoj je vezi sa negativnim polom izvora jednosmernog napajanja. Ovo je značajna osobina pretvarača koja može ograničiti mogućnost njegove primene.



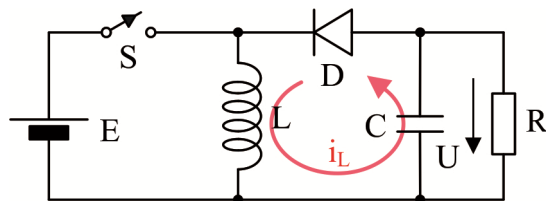
**Slika 3.48. Čoper spuštač i podizač napona.**

Uključenjem prekidača (slika 3.49.) prigušnica se priključuje na jednosmerni izvor napajanja E usled čega struja prigušnice linearno raste od minimalne do maksimalne vrednosti (slika 3.51.). Za to vreme dioda je inverzno polarisana zbirom napona na opterećenju „U“ i napona jednosmernog izvora napajanja „E“, zbog čega ne provodi.



**Slika 3.49. Čoper spuštač i podizač napona – interval  $t_{ON}$ .**

Isključenjem prekidača struja prigušnice se uspostavlja kroz diodu D (slika 3.50.) čime se magnetna energija prigušnice prenosi ka opterećenju. Pod dejstvom napona na opterećenju „U“ struja prigušnice opada od maksimalne do minimalne vrednosti, što je prikazano na slici 3.51.

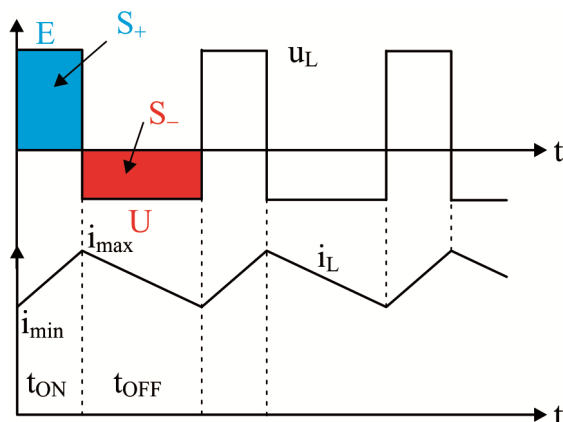


**Slika 3.50. Čoper spuštač i podizač napona – interval  $t_{OFF}$ .**

U ustaljenom stanju srednja vrednost napona na prigušnici jednaka je nuli odakle sledi:

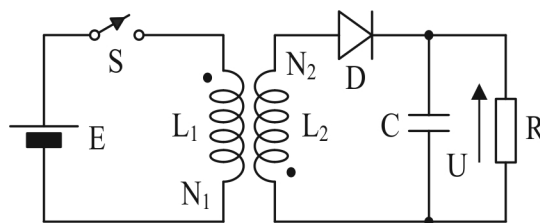
$$S_+ = Et_{ON} = S_- = Ut_{OFF} \Rightarrow U = E \frac{t_{ON}}{t_{OFF}} \quad (3.43.)$$

Prema tome, ovaj pretvarač može da radi kao spuštač i podizač napona ( $t_{ON}/t_{OFF}=0\dots\infty$ ). Pritom treba imati u vidu da je, kao i kod čopera podizača napona, funkcija podizača napona ograničena gubicima u kolu.



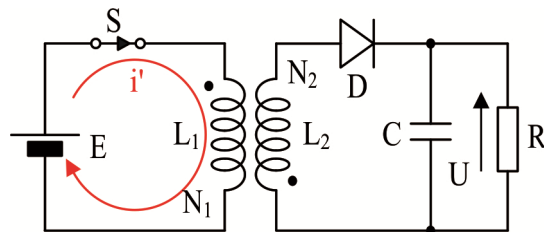
**Slika 3.51. Vremenski dijagram napona i struje prigušnice.**

Dodavanjem još jednog namotaja na magnetno kolo prigušnice dobija se čoper spuštač i podizač napona prikazan na slici 3.52. Na taj način dobija se galvanska izolacija između izvora jednosmernog napajanja „E“ i opterećenja. Time se otklanja moguće ograničenje u primeni prethodno opisanog pretvarača zbog inverzije napona na opterećenju.



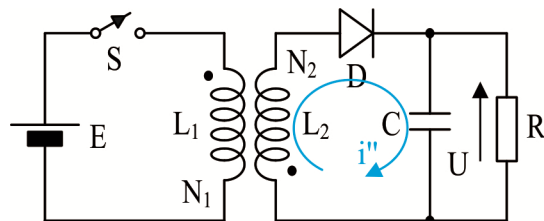
**Slika 3.52. Čoper spuštač i podizač napona sa galvanskom izolacijom.**

Uključenjem prekidača (slika 3.53.), prigušnica  $L_1$  priključuje se na izvor jednosmernog napajanja „E“ usled čega struja prigušnice linearno raste od minimalne do maksimalne vrednosti (slika 3.55.). Za to vreme dioda ne provodi jer je inverzno polarisana zbirom napona na opterećenju „U“ i indukovano napona na namotaju  $N_2$ .



**Slika 3.53. Čoper spuštač i podizač napona sa galvanskom izolacijom – interval  $t_{ON}$ .**

Isključenjem prekidača struja prigušnice  $L_1$  postaje jednaka nuli pa se struja, koja je posledica akumulirane magnetne energije, uspostavlja kroz prigušnicu  $L_2$  i diodu  $D$  (slika 3.54.) čime se magnetna energija prigušnice prenosi ka opterećenju. Pod dejstvom napona na opterećenju „ $U$ “ struja prigušnice  $L_2$  opada od maksimalne do minimalne vrednosti što je prikazano na slici 3.55.

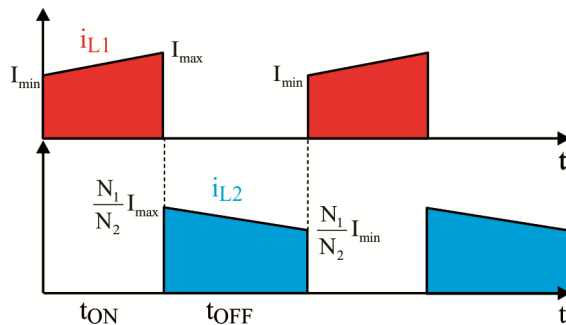


**Slika 3.54. Čoper spuštač i podizač napona sa galvanskom izolacijom – interval  $t_{OFF}$ .**

Uključenjem i isključenjem prekidača struja se prebacuje iz namotaja  $N_2$  u namotaj  $N_1$  i obrnuto. Prebacivanje struje iz jednog namotaja u drugi može se obaviti trenutno samo ako to nije uslovljeno promenom magnetne energije. Stoga je potrebno da induktivnost rasipanja transformatora, koga čine namotaju  $N_1$  i  $N_2$ , bude što manja jer je tada manji rad koji treba izvršiti da bi se uspostavila struja kroz jednu induktivnost rasipanja i ukinula kroz drugu. Zato se namotaji  $N_1$  i  $N_2$  motaju bifilarno, odnosno motaju se istovremeno sa dve žice postavljene jedna uz drugu čime se fluks, koji je obuhvaćen jednim namotajem a nije obuhvaćen drugim (fluks rasipanja), smanjuje na minimum.

U ustaljenom stanju srednja vrednost napona na namotaju  $N_1$  jednaka je nuli odakle sledi:

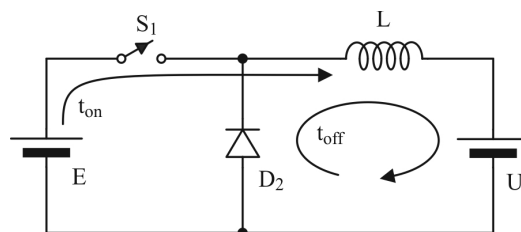
$$Et_{ON} = U \frac{N_1}{N_2} t_{OFF} \Rightarrow U = E \frac{t_{ON}}{t_{OFF}} \frac{N_2}{N_1} \quad (3.44.)$$



Slika 3.55. Vremenski dijagram struja transformatora.

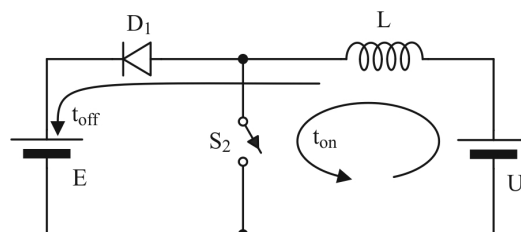
### 3.10. Dvokvadrantni čoper

Razmena energije između dve baterije različitih napona vrši se tako što se energija iz baterije višeg napona ( $E$ ) prenosi u bateriju nižeg napona ( $U$ ) pomoću čopera spuštača napona (slika 3.56.),



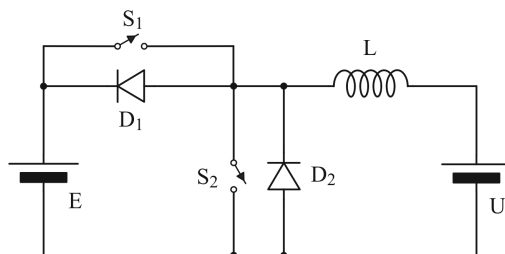
Slika 3.56. Čoper spuštač napona.

dok se energija iz baterije nižeg napona prenosi u bateriju višeg napona pomoću čopera podizača napona (slika 3.57.).



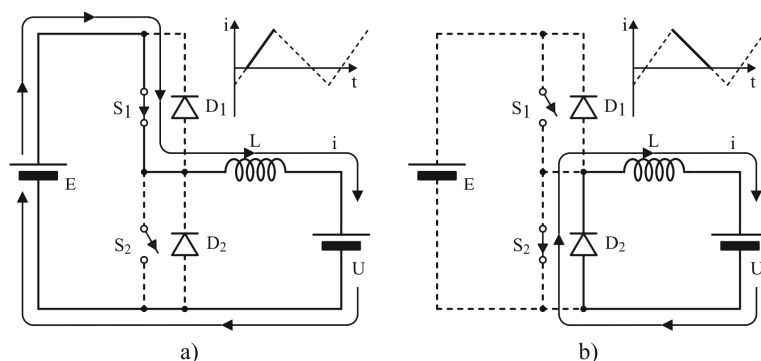
Slika 3.57. Čoper podizač napona.

Paralelnom vezom prethodna dva čopera dobija se dvokvadrantni čoper prikazan na slici 3.58. koji može prenositi energiju u oba smera jer struja prigušnice može menjati smer.



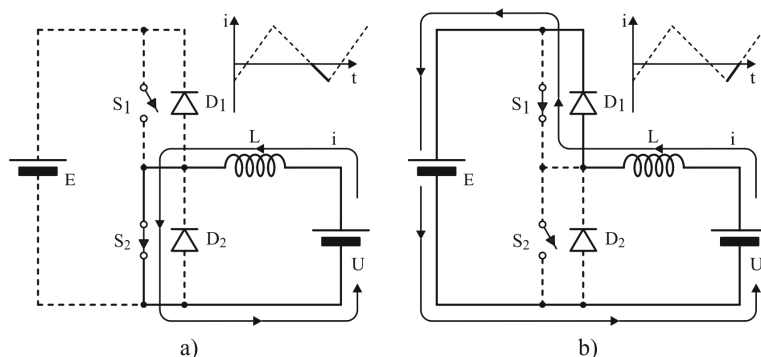
**Slika 3.58. Paralelna veza čopera spuštača napona i čopera podizača napona.**

Za analizu rada dvokvadrantnog čopera može se pretpostaviti da je srednja vrednost struje dovoljno mala, tako da, zbog naizmenične komponente struje, trenutna vrednost struje menja smer. Ako je uključen prekidač  $S_1$ , struja prigušnice linearno raste pod dejstvom napona  $E-U$ , slika 3.59.a). Kada se isključi prekidač  $S_1$  i uključi prekidač  $S_2$ , prekidač  $S_2$  ne može preuzeti struju prigušnice, pa se ona uspostavlja kroz diodu  $D_2$ , što je prikazano na slici 3.59.b). Struja prigušnice počinje linearno da opada pod dejstvom napona  $U$ .



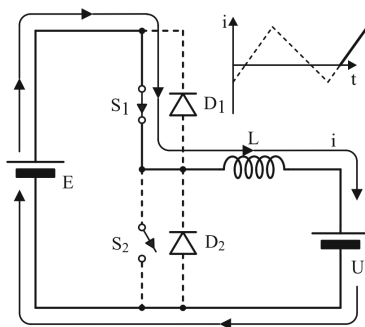
**Slika 3.59. Vremenski dijagram struje prigušnice.**

Kada struja prigušnice postane jednaka nuli i počne da menja smer, prestaje da provodi dioda  $D_2$  a struju prigušnice preuzima prekidač  $S_2$  (slika 3.60.a). Po isključenju prekidača  $S_2$  i uključenju prekidača  $S_1$  jedini put kojim može da se uspostavi struja prigušnice je kroz diodu  $D_1$ , zbog čega struja prigušnice počinje linearno da opada pod dejstvom napona  $E-U$  (slika 3.60.b).



Slika 3.60. Vremenski dijagram struje prigušnice.

Kada struja prigušnice postane jednaka nuli i počne da menja smer, prestaje da provodi dioda  $D_1$  a struju prigušnice preuzima prekidač  $S_1$  (slika 3.61.).



Slika 3.61. Vremenski dijagram struje prigušnice.

### 3.11. Visokofrekventne prigušnice i transformatori

#### PRIGUŠNICE:

Zbog velike magnetne provodnosti magnetnog materijala provodnost magnetnog kola sa vazдушnim procepom svodi se na magnetnu provodnost vazдушnog procepa:

$$Al = \frac{1}{R_m} = \mu_0 \frac{S}{l_0} = 0.4\pi \frac{S \left[ \frac{mm^2}{mm} \right] \left[ \frac{nH}{N^2} \right]}{l_0 \left[ mm \right]} \quad (3.45.)$$

Induktivnost prigušnice je:

$$L = Al \cdot N^2 \quad (3.46.)$$

Fluks je srazmeran magnetopobudnoj sili:

$$\Phi = B \cdot A_e = Al \cdot N \cdot I \quad (3.47.)$$

gde je  $A_e$  – efektivna vrednost poprečnog preseka magnetnog jezgra. Maksimalno dozvoljen broj navojaka je ograničen zasićenjem magnetnog materijala pri zadatoj struji, pa je:

$$N_{\max} = \frac{B_{\max} \cdot A_e}{Al \cdot I} \quad (3.48.)$$

Odnosno maksimalna induktivnost prigušnice na zadatom jezgru je:

$$L_{\max} = Al \cdot N_{\max}^2 = Al \cdot \left( \frac{B_{\max} \cdot A_e}{Al \cdot I} \right)^2 = \frac{1}{Al} \cdot \left( \frac{B_{\max} \cdot A_e}{I} \right)^2 \quad (3.49.)$$

Do istog izraza može se doći i na sledeći način: kada se prigušnica priključi na izvor jednosmernog napona, energija uzeta iz izvora prelazi u magnetnu energiju prigušnice:

$$W = \int Ei \, dt = \int N \frac{d\Phi}{dt} i \, dt = \int Ni \, d\Phi = \int \frac{Ni}{l} l A_e \, dB = V \int H \, dB \quad (3.50.)$$

ili:

$$W = \int Ei \, dt = \int L \frac{di}{dt} i \, dt = \int Li \, di = \frac{1}{2} LI^2 \quad (3.51.)$$

Da bi se smanjila zapremina jezgra, uvodi se vazdušni procep u kome je uskladištena skoro sva magnetna energija:

$$\frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} BHV_0 \quad (3.52.)$$

Smenom  $H=B/\mu_0$  dobija se:

$$L_{\max} I^2 = \frac{B_{\max}^2}{\mu_0} A_e l_0 = \frac{B_{\max}^2 A_e^2}{Al} \Rightarrow L_{\max} = \frac{1}{Al} \cdot \left( \frac{B_{\max} \cdot A_e}{I} \right)^2 \quad (3.53.)$$

Maksimalan broj navojaka ograničen je i navojnim prostorom na kalemskom telu ( $A_w$ ). Za zadati navojni prostor maksimalan broj navojaka je:

$$N_{\max} = \frac{A_w}{A_{Cu}} = \frac{A_w}{I} = \frac{JA_w}{I} \quad (3.54.)$$

gde se za  $A_{Cu}$  uzima površina koju provodnik zauzima u navojnom prostoru (kod okrugle žice to je  $d^2$  gde je „d“ prečnik žice sa izolacijom), a  $J$  je gustina struje koja se kod prigušnica (skin efekat se može zanemariti) može uzeti  $J_{\max} = 4 \dots 6 \text{ A/mm}^2$ .

I na kraju, s obzirom na to da je:

$$\Phi = B \cdot A_e = Al \cdot N \cdot I \Rightarrow Al = \frac{BA_e}{NI} \quad (3.55.)$$

induktivnost prigušnice je:

$$L = Al \cdot N^2 = \frac{NBA_e}{I} \quad (3.56.)$$

odnosno potreban broj navojaka za zadatu induktivnost je:

$$N = \frac{LI}{BA_e} \quad (3.57.)$$

### **TRANSFORMATORI:**

Dimenzionisanje transformatora svodi se na dimenzionisanje prigušnice koja predstavlja induktivnost magnećenja, pa se koristi prethodno opisana procedura. Promena struje magnećenja u toku jedne poluperiode primarnog napona je:

$$\Delta I_m = \frac{V_p \frac{T}{2}}{L} \quad (3.58.)$$

smenom u izraz za induktivnost prigušnice dobija se:

$$L = \frac{N_p BA_e}{\Delta I_m} = N_p BA_e \frac{L}{V_p \frac{T}{2}} \quad (3.59.)$$

odnosno:

$$V_p = 2N_p BA_e f = 4N_p B_{sat} A_e f \quad (3.60.)$$

jer je  $\Delta B = 2B_{sat}$ . Broj navojaka primarnog namotaja je:

$$N_p = \frac{V_p}{4B_{sat} A_e f} \quad (3.61.)$$

Veličina jezgra se bira prema potrebnoj propusnoj snazi transformatora:

$$P = V_p I_p = V_p A_{Cu} J = 4N_p B_{sat} f A_e A_{Cu} J \quad (3.62.)$$

Primar i sekundar zauzimaju približno po jednu polovinu navojnog prostora:

$$\frac{A_w}{2} = N_p d^2 = N_p A_{Cu} \frac{4}{\pi} \Rightarrow N_p A_{Cu} = \frac{\pi}{8} A_w \quad (3.63.)$$



---

Smenom u prethodni izraz dobija se:

$$P = \frac{\pi}{2} B_{sat} f J A_e A_w = 1.57 B_{sat} f J A_e A_w \quad (3.64.)$$

odnosno:

$$A_e A_w = \frac{P}{k B_{sat} f J} \quad (3.65.)$$

zbog slabije ispunje navojnog prostora uzima se  $k = 1.1$  a zbog „skin efekta“, zavisno od učestanosti uzima se  $J = 2 \dots 4 \text{ A/mm}^2$ . Broj navojaka sekundara određuje se iz potrebnog prenosnog odnosa.

---

## Poglavlje 4

### Invertori

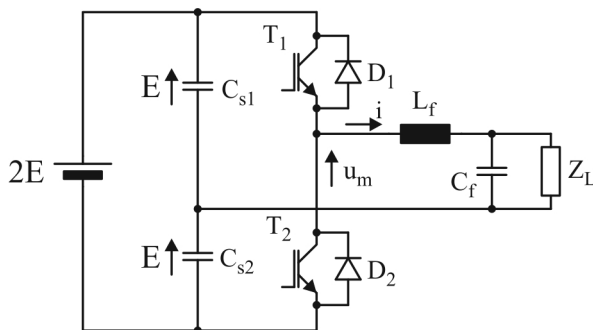
Invertori su prekidački regulatori koji se koriste za napajanje potrošača naizmjeničnim naponom promenljive efektivne vrednosti i/ili promenljive učestanosti. Prema načinu napajanja opterećenja invertori mogu biti naponski (*voltage source inverters* – VSI) ili strujni (*current source inverters* – CSI). U ovom poglavlju biće analizirane topologije i funkcionisanje naponskih invertora. Izlazni napon naponskog invertora sastoji se od povorke naponskih impulsa koji se oblikuju procesom modulacije trajanja impulsa kako je to opisano u poglavlju 3.2. Upotrebom prostoperiodičnog modulišućeg signala, spektar izlaznog napona invertora će se sastojati od osnovnog harmonika, što je željeni napon na opterećenju, i niza neželjenih viših harmonika koji se odstranjuju filtrom propusnikom opsega niskih učestanosti. Oblast primene invertora je veoma široka a najčešće se koriste za regulaciju elektromotornih pogona, u sistemima besprekidnog napajanja, za napajanje potrošača iz obnovljivih izvora energije, za prenos energije iz obnovljivih izvora energije u distributivnu mrežu itd.

#### 4.1. Monofazni polumosni naponski inverter

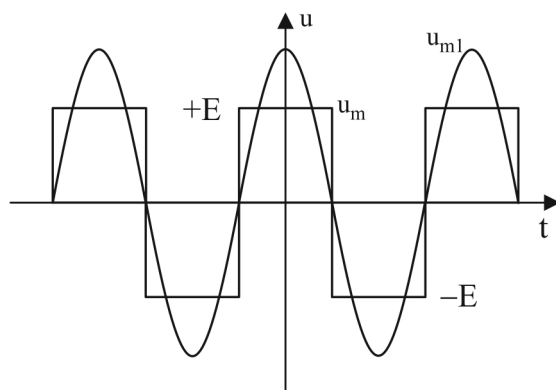
---

Analizom rada čopera vidi se da su to jednokvadrantni ili dvokvadrantni pretvarači kod kojih struja može da menja smer (poglavlje 3.10.) dok napon na opterećenju ne menja smer. Kada se opterećenje napaja naizmjeničnim naponom, napon i struja menjaju smer pri čemu se trenutak promene smera napona ne mora poklapati sa trenutkom promene smera struje. Iz tog razloga invertori moraju biti četvorokvadrantni pretvarači. Na slici 4.1. prikazan je monofazni polumosni naponski inverter izveden iz dvokvadrantnog čopera opisanog u poglavlju 3.10. U jednosmernom međukolu, na izvor jednosmernog napajanja ( $2E$ ), priključena su dva redno vezana kondenzatora ( $C_{s1}$  i  $C_{s2}$ ) čime se dobijaju dva naponska generatora napona „E“. Uključenjem tranzistora  $T_1$  izlazni napon invertora je  $u = E$ . Ako je izlazna struja ( $i$ ) pozitivna, provodiće tranzistor  $T_1$ , a ako je negativna, provodiće dioda  $D_1$ . Uključenjem tranzistora  $T_2$  izlazni napon invertora je  $u = -E$ . Ako je izlazna struja ( $i$ ) pozitivna, provodiće dioda  $D_2$ , a ako je negativna, provodiće tranzistor  $T_2$ .

Najjednostavniji način da se ostvari naizmjenični napon na opterećenju jeste da se u toku jedne poluperiode drži uključen jedan tranzistor a u toku druge poluperiode drugi tranzistor tako da će izlazni napon invertora i njegov osnovni harmonik imati izgled prikazan na slici 4.2.



**Slika 4.1. Monofazni polumosni naponski invertor.**



**Slika 4.2. Izlazni napon invertora i njegov osnovni harmonik.**

Osnovni harmonik napona na izlazu invertora je:

$$V_{01} = A_1 \cos(\omega t), \quad (4.1.)$$

gde je amplituda osnovnog harmonika  $A_1$  data izrazom:

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} E \cos(x) dx = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} E \cos(x) dx = \frac{2E}{\pi} \sin(x) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{4E}{\pi}. \quad (4.2.)$$

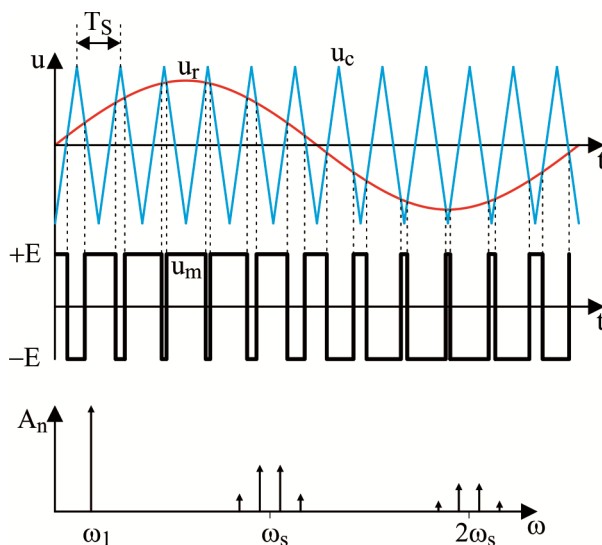
Osim osnovnog harmonika u spektru izlaznog napona invertora postoje i harmonici čija je učestanost neparni umnožak učestanosti osnovnog harmonika. Amplitude ovih harmonika su:

$$A_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} E \cos(kx) dx = \frac{1}{k} \cdot \frac{4E}{\pi} \quad k = 1, 3, 5, \dots \infty. \quad (4.3.)$$

Izlazni napon invertora prikazan na slici 4.2. pogodan je za potrošače koji se na napajanje priključuju preko transformatora i diodnog ispravljača. Međutim, za potrošače koji zahtevaju prostoperiodičan napon napajanja prisustvo viših harmonika predstavlja harmonijska izobličenja koja treba odstraniti izlaznim filtrom ( $L_f - C_f$ ). Prelomna učestanost filtra mora biti veća od učestanosti osnovnog harmonika kako ga ne bi oslabila. Zbog toga filter ima vrlo malo slabljenje za harmonike niskih učestanosti pa se ovi harmonici moraju otkloniti procesom modulacije trajanja impulsa. U tu svrhu upotrebljava se modulacija položaja prednje i zadnje ivice impulsa prirodni odabiranjem koji se može opisati matematičkim izrazom:

$$u_m(t) = \text{sgn}[u_r(t) - u_c(t)] \cdot E, \quad (4.4.)$$

kako je to opisano u poglavlju 3.2. S obzirom na to da se izlazni napon invertora menja od  $+E$  do  $-E$  ovakav tip modulacije naziva se bipolarna modulacija. Odnos maksimalnih trenutnih vrednosti modulišućeg signala i nosioca naziva se indeks modulacije. Na slici 4.3. prikazani su: modulišući signal ( $u_r$ ), nosilac ( $u_c$ ), perioda odabiranja ( $T_s$ ), modulisani signal ( $u_m$ ) kao i spektar izlaznog napona invertora.



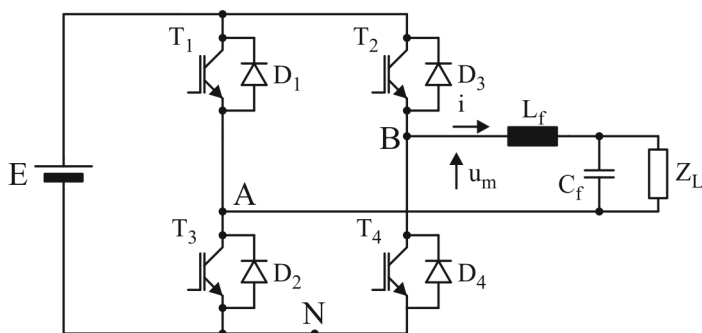
**Slika 4.3. Modulacija trajanja impulsa monofaznog polumosnog naponskog invertora.**

Sa slike 4.3. vidi se da se spektar izlaznog napona invertora sastoji od osnovnog harmonika i niza viših harmonika grupisanih oko harmonika čija je učestanost celobrojni umnožak učestanosti odabiranja ( $\omega_s$ ). Osim toga, u spektru mogu postojati samo neparni harmonici jer je ispunjen uslov  $f(t+T/2) = -f(t)$  (vidi Dodatak). Kako je u prikazanom primeru  $\omega_s = 12 \omega_1$ , sledi da ne postoje harmonici na učestanosti  $\omega = k \omega_s$  jer bi to bili parni harmonici. Iz (3.15.) sledi da je slabljenje filtra:

$$\frac{1}{|G(s)|} \approx \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \quad \text{gde je} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}}, \quad (4.5.)$$

pa kako je učestanost odabiranja ( $\omega_s = 5 \dots 10$  kHz) mnogo veća od učestanosti osnovnog harmonika, vidi se da će harmonijska izobličenja napona na opterećenju biti veoma mala.

## 4.2. Monofazni mosni naponski inverter



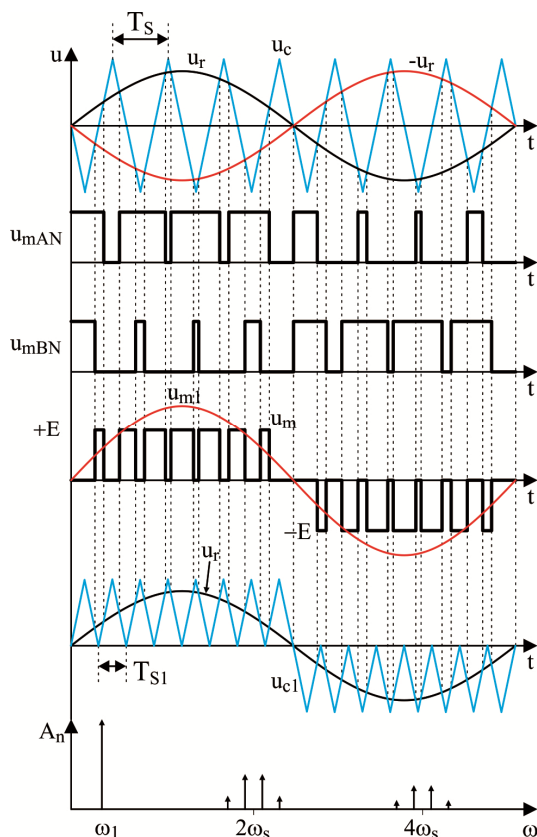
Slika 4.4. Monofazni mosni naponski inverter.

Za razliku od polumosnog invertora čiji izlazni napon može imati dva naponska nivoa (+E i -E), izlazni napon mosnog invertora, prikazanog na slici 4.4., može imati tri naponska nivoa što je prikazano u sledećoj tabeli:

T1	T2	T3	T4	u
ON	OFF	OFF	ON	-E
OFF	ON	ON	OFF	+E
ON	ON	OFF	OFF	0
OFF	OFF	ON	ON	0

U cilju smanjenja harmonijskih izobličenja, kod ove topologije invertora, mogu se primeniti dva načina modulacije trajanja impulsa. Prvi način je da se istovremenim uključanjem i isključenjem parova tranzistora  $T_1-T_4$  i  $T_2-T_3$  postigne bipolarna modulacija kao kod polumosnog monofaznog naponskog invertora. Drugi način je da se mosni inverter posmatra kao dva nezavisna polumosna invertora gde je napon na opterećenju jednak razlici napona ova dva invertora. U tom slučaju upravljanje ovim invertorima može biti nezavisno. Ovaj način prikazan je na slici 4.5. Za jednu granu invertora koristi se modulišući napon  $u_r$  dok se za drugu granu koristi napon  $-u_r$ . Na taj način dobijaju se modulisani naponi  $u_{mAN}$  i  $u_{mBN}$ . Izlazni napon invertora je:

$$u_m = u_{mAN} - u_{mBN} \quad (4.6.)$$



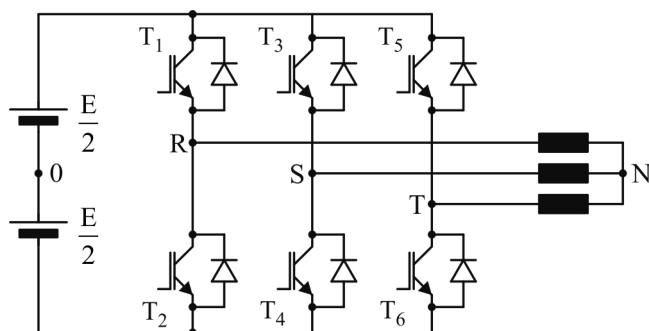
**Slika 4.5. Modulacija trajanja impulsa monofaznog mosnog naponskog invertora.**

Sa slike 4.5. vidi se da se izlazni napon invertora, u toku jedne poluperiode menja od 0 do  $+E$  a u drugoj poluperiodi od 0 do  $-E$  zbog čega se ovaj način modulacije trajanja impulsa naziva unipolarna modulacija. Osim toga, vidi se da je modulirani izlazni napon invertora istog oblika kao da je vršena unipolarna modulacija nosiocem ( $u_{c1}$ ) dvostruko veće učestanosti ( $\omega_{s1}$ ) pa se viši harmonici pojavljuju grupisani oko učestanosti  $n\omega_{s1}=2n\omega_s$  ( $n=1, 2, \dots, \infty$ ). Prednost ovog načina modulacije je i to što su promene izlaznog napona invertora dvostruko manje nego kod bipolarne modulacije.

### 4.3. Trofazni naponski inverter

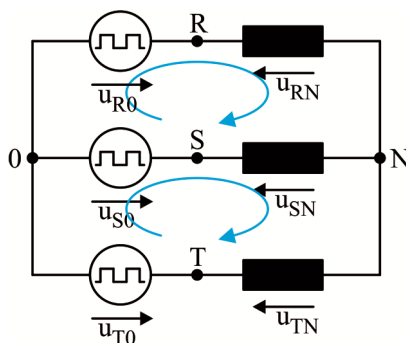
Trofazni invertori koriste se za napajanje trofaznih potrošača i ostalih potrošača srednjih i velikih snaga. Najjednostavnija topologija trofaznog naponskog invertora prikazana je na slici 4.6. Ova topologija sastoji se od tri monofazna polumosna naponska invertora koji, u odnosu na sredinu jednosmernog napajanja (0), stvaraju tri napona čiji su osnovni harmonici fazno pomereni za  $120^\circ$ , čineći simetričan trofazni sistem. I kod

trofaznih invertora, smanjenje harmonijskih izobličenja izlaznog napona postiže se primenom raznih metoda modulacije trajanja impulsa. Radi lakšeg razumevanja osnovnih funkcija invertora, u daljem tekstu biće analiziran rad invertora bez modulacije trajanja impulsa.



**Slika 4.6. Trofazni naponski inverter.**

Na slici 4.7. prikazana je ekvivalentna šema invertora sa simetričnim trofaznim opterećenjem vezanim u zvezdu.



**Slika 4.7. Ekvivalentna šema invertora.**

Zbir napona po zatvorenoj konturi jednak je nuli:

$$u_{R0} - u_{RN} + u_{SN} - u_{S0} = 0, \quad (4.7.)$$

$$u_{S0} - u_{SN} + u_{TN} - u_{T0} = 0. \quad (4.8.)$$

U simetričnom trofaznom sistemu zbir napona jednak je nulu:

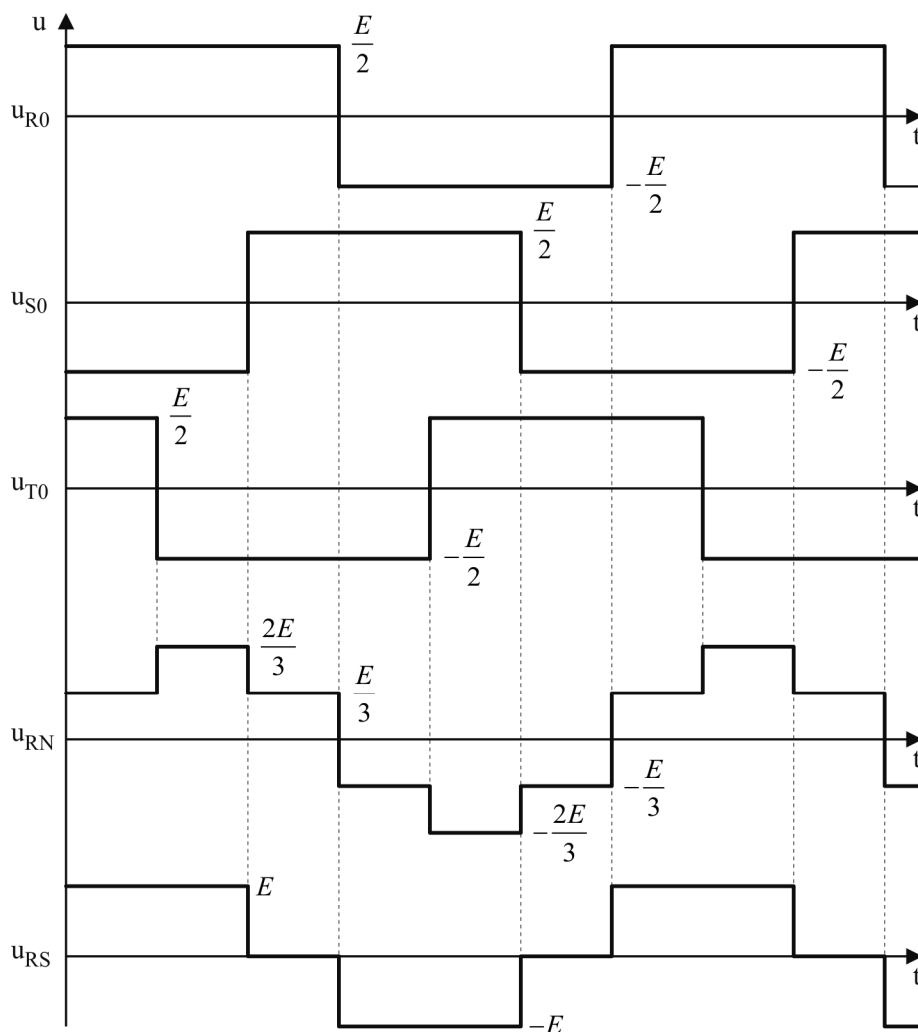
$$u_{RN} + u_{SN} + u_{TN} = 0. \quad (4.9.)$$

Rešavanjem jednačina (4.7.), (4.8.) i (4.9.) dobija se izraz za fazni napon na opterećenju:

$$u_{RN} = \frac{1}{3}(2u_{R0} - u_{S0} - u_{T0}). \quad (4.10.)$$

Linijski napon na opterećenju je:

$$u_{RS} = u_{R0} - u_{S0}. \quad (4.11.)$$



**Slika 4.8. Talasni oblici napona trofaznog naponskog invertora.**

Na slici 4.8. prikazani su izlazni naponi pojedinih monofaznih poluupravljivih invertora ( $u_{R0}$ ,  $u_{S0}$  i  $u_{T0}$ ) kao i jedan od faznih ( $u_{RN}$ ) i linijskih napona na opterećenju ( $u_{RS}$ ). Razvojem u Furijeov red dobija se spektar faznog i linijskog napona na opterećenju:

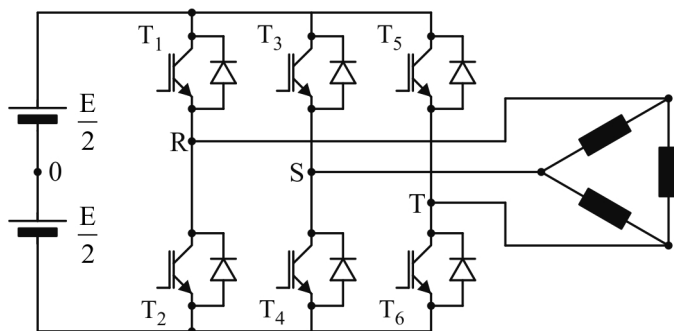


$$u_{RN,k} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u_{RN} \sin(kx) dx = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{E}{3} \sin(kx) dx + \frac{4}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{2E}{3} \sin(kx) dx \quad (4.12.)$$

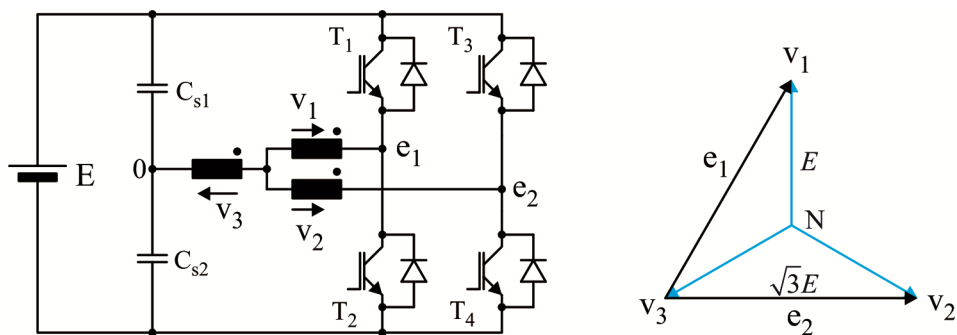
$$u_{RN,k} = \frac{2E}{3k\pi} \left[ 2 + \cos\left(k \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(k \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (4.13.)$$

$$u_{RS,k} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u_{RN} \sin(kx) dx = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} E \sin(kx) dx = \frac{4E}{k\pi} \cos\left(k \frac{\pi}{6}\right). \quad (4.14.)$$

Ova topologija invertora može se koristiti i za napajanje opterećenja vezanih u trougao što je prikazano na slici 4.9.



**Slika 4.9.** Trofazni naponski invertor sa opterećenjem vezanim u trougao.



**Slika 4.10.** Napajanje trofaznog opterećenja iz dva polumosna invertora.

Za napajanje simetričnog trofaznog opterećenja, kao što je trofazni asinhroni motor, može se koristiti redukovana topologija trofaznog invertora prikazana na slici 4.10. Kod ove topologije dva polumosna naponska invertora, u odnosu na srednji potencijal

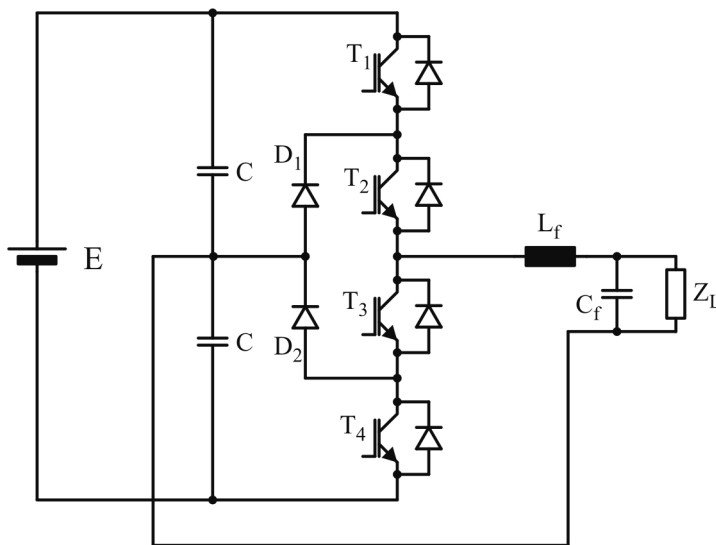
jednosmernog napajanja (0), generišu dva napona čiji su osnovni harmonici ( $e_1$  i  $e_2$ ) fazno pomereni za  $60^\circ$ . Kada se tri naponska generatora vežu u jednu tačku preko tri jednake impedanse, potencijal te tačke će biti jednak srednjoj vrednosti napona tih generatora pa će potencijal neutralne tačke opterećenja vezanog u zvezdu biti:

$$\bar{V}_N = \frac{1}{3}(\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{0}) = \frac{1}{3}(\bar{e}_1 + \bar{e}_2), \quad (4.15.)$$

tako da fazni naponi opterećenja ( $V_1, V_2$  i  $V_3$ ) čine simetričan trofazni sistem.

## 4.4. NPC inverter

Modifikovana topologija poluosnog naponskog invertora prikazana je na slici 4.11. Ova topologija je poznata pod nazivom NPC (*Neutral Point Clamp*) inverter.

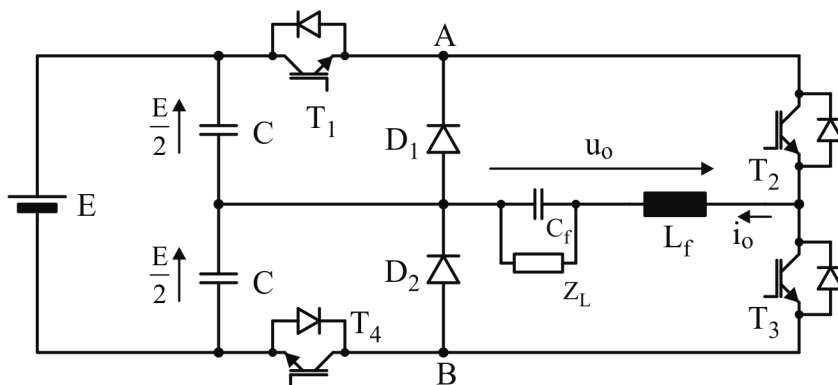


Slika 4.11. NPC inverter.

Za lakše razumevanje rada NPC invertora potrebno je drugačije nacrtati njegovu električnu šemu kao što je prikazano na slici 4.12. Sa slike se vidi da tranzistori T2 i T3 čine monofazni poluosni naponski inverter a da je modifikacija učinjena tako što su u jednosmerno međukolo ugrađena dva čopera spuštača napona ( $T_1$ - $D_1$  i  $T_4$ - $D_2$ ). Ova modifikacija omogućava da izlazni napon invertora ( $u_o$ ) može imati tri naponska nivoa što omogućava primenu unipolarne modulacije trajanja impulsa.

1. Kada su tranzistori  $T_1$  i  $T_2$  uključeni, a tranzistori  $T_3$  i  $T_4$  isključeni, izlazni napon invertora biće  $u_o = +E/2$ . Ako je izlazna struja ( $i_o$ ) pozitivna, provode tranzistori  $T_1$  i  $T_2$ , a ako je negativna, provode antiparalelne diode ovih tranzistora.

2. Kada su tranzistori  $T_2$  i  $T_3$  uključeni, a tranzistori  $T_1$  i  $T_4$  isključeni, izlazni napon invertora biće  $u_o = 0$ . Ako je izlazna struja ( $i_o$ ) pozitivna, provodi tranzistor  $T_2$  i dioda  $D_1$ , a ako je negativna, provodi tranzistor  $T_3$  i dioda  $D_2$ .
3. Kada su tranzistori  $T_3$  i  $T_4$  uključeni, a tranzistori  $T_1$  i  $T_2$  isključeni, izlazni napon invertora biće  $u_o = -E/2$ . Ako je izlazna struja ( $i_o$ ) negativna, provode tranzistori  $T_3$  i  $T_4$ , a ako je pozitivna, provode antiparalelne diode ovih tranzistora.



**Slika 4.12. NPC invertor.**

Još jedna značajna osobina ove topologije invertora jeste da isključeni tranzistori blokiraju samo polovinu napona jednosmernog napajanja ( $E/2$ ). Razlog je to što, zbog dioda  $D_1$  i  $D_2$ , potencijal tačke „A“ ne može biti niži od potencijala srednje tačke jednosmernog napajanja kao što ni potencijal tačke „B“ ne može biti viši od potencijala srednje tačke jednosmernog napajanja. Ova osobina je značajna jer se sa istim poluprovodničkim prekidačkim elementima može podići jednosmerni napon napajanja na dvostruku vrednost čime se postiže dvostruko veća snaga pretvarača.

## Dodatak

**Teorema:** Neka je funkcija  $f(t)$  periodična sa osnovnim periodom  $T$  i neka je jednosmerna komponenta funkcije jednaka nuli (razmatra se samo naizmenična komponenta funkcije). Funkcija  $f(t)$  ima samo neparne harmonike ako i samo ako za svako „ $t$ “ važi da je  $f(t+T/2) = -f(t)$ .

**Dokaz:** Naizmenična komponenta periodične funkcije  $f(t)$  može se predstaviti Furijeovim redom:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \quad (1)$$

Razvojem u Furijeov red vremenski pomerene funkcije  $f(t+T/2)$  dobija se:

$$\begin{aligned} f\left(t + \frac{T}{2}\right) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left[n\omega\left(t + \frac{T}{2}\right)\right] + b_n \sin\left[n\omega\left(t + \frac{T}{2}\right)\right] \\ f\left(t + \frac{T}{2}\right) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t + n\pi) + b_n \sin(n\omega t + n\pi) \\ f\left(t + \frac{T}{2}\right) &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n \cos(n\omega t) + (-1)^n b_n \sin(n\omega t) \end{aligned} \quad (2)$$

odakle sledi da ako naizmenična komponenta funkcija  $f(t)$  ima samo neparne harmonike ( $n = 2k - 1$ ;  $k = 1, 2 \dots \infty$ ), iz (1) sledi:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} \cos[(2k-1)\omega t] + b_{2k-1} \sin[(2k-1)\omega t]$$

a iz (2) sledi:

$$\begin{aligned} f\left(t + \frac{T}{2}\right) &= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{2k-1} \{a_{2k-1} \cos[(2k-1)\omega t] + b_{2k-1} \sin[(2k-1)\omega t]\} \\ f\left(t + \frac{T}{2}\right) &= -\sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} \cos[(2k-1)\omega t] + b_{2k-1} \sin[(2k-1)\omega t] = -f(t) \end{aligned}$$

što znači da je stepen simetrije opisan sa  $f(t+T/2) = -f(t)$  pa je to potreban uslov (uslov koji je uvek zadovoljen kada funkcija ima samo neparne harmonike).

Može se pokazati da je prethodni uslov i dovoljan (uvek kada je dati uslov ispunjen funkcija ima samo neparne harmonike). Razvojem u Furijeov red naizmenične komponente funkcije  $f(t)$  dobijamo amplitude pojedinih komponenata harmonika:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t=0}^T f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt + \int_{t=T/2}^T f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt \right]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t=0}^T f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt + \int_{t=T/2}^T f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt \right]$$

Ukoliko u drugom integralu prethodnog izraza uvedemo smenu  $t' = t - T/2$ , dobija se:

$$a_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt + \int_{t=0}^{T/2} f\left(t + \frac{T}{2}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \omega \cdot \left(t + \frac{T}{2}\right)\right) dt \right]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt + \int_{t=0}^{T/2} f\left(t + \frac{T}{2}\right) \cdot \sin\left(n \cdot \omega \cdot \left(t + \frac{T}{2}\right)\right) dt \right]$$

$$a_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt + \int_{t=0}^{T/2} f\left(t + \frac{T}{2}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \omega \cdot t + n \cdot \pi\right) dt \right]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt + \int_{t=0}^{T/2} f\left(t + \frac{T}{2}\right) \cdot \sin\left(n \cdot \omega \cdot t + n \cdot \pi\right) dt \right]$$

$$a_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt + (-1)^n \int_{t=0}^{T/2} f\left(t + \frac{T}{2}\right) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt \right]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt + (-1)^n \int_{t=0}^{T/2} f\left(t + \frac{T}{2}\right) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt \right]$$

Neka je stepen simetrije naizmenične komponente periodične funkcije  $f(t)$  opisan sa  $f(t+T/2) = -f(t)$  za svako  $t \in R$ . Tada su amplitude komponenata pojedinih harmonika:

$$a_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt \right] \cdot \left[ 1 - (-1)^n \right]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt \right] \cdot \left[ 1 - (-1)^n \right]$$

iz čega sledi da su amplitude komponenata parnih harmonika jednake nuli dok su amplitude komponenata neparnih harmonika:

---

$$a_n = \frac{4}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt \right]$$

$$b_n = \frac{4}{T} \left[ \int_{t=0}^{T/2} f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt \right]$$

---

## Literatura

---

- [1] Muhammed H. Rashid: „Power Electronics Handbook“, Third edition, Butterworth-Heinemann, 2011.
- [2] Gottfried Moltgen: „Line Commutated Thyristor Converters“, Pitman Publishing, 1972.
- [3] John G. Kassakian: „Principles of Power Electronics“, Addison – Wesley, 1992.
- [4] Marian K. Kazimierczuk: „Pulse-width Modulated DC-DC Power Converters“, John Wiley and Sons, 2008.
- [5] Branko L. Dokić: „Energetska elektronika“, Elektrotehnički fakultet Banja Luka, 2000.
- [6] Ned Mohan: „Power Electronic – Converters, Applications and Design“, John Willey & Sons, 1995.
- [7] Bose, B. K.: „Power Electronics and AC Drives“, Prentice – Hall International, 1986.
- [8] G. K. Dubey, S. R. Doradla, A. Joshi, R. M. K. Sinha: „Thyristorised Power Controllers“, Wiley Eastern Limited, 1986.
- [9] Ilija Volčkov: „Električni ventili“, Naučna knjiga, 1969.
- [10] Radojle Radetić: „Tiristorski pretvarači“, Nauka, 2004.
- [11] Rex M. Davis: „Power Diode and Thyristor Circuits“, Peter Peregrinus Ltd., 1976.
- [12] S. B. Dewan, A. Straughen: „Power Semiconductor Circuits“, John Willey & Sons, 1975.
- [13] R. D. Bedford, R.G. Hoft: „Principles of Inverter Circuits“, John Willey & Sons, 1964.
- [14] F. F. Mazda: „Thyristor Control“, Newnes – Butterworths Group, 1973.
- [15] B. Pelly: „Thyristor Phase – Controlled Converters and Cycloconverters“, John Willey & Sons, 1971.
- [16] Z. Benčić, Z. Plenković: „Energetska elektronika – prvi deo: Poluprovodnički ventili“, Školska knjiga, Zagreb, 1978.